الفصل الأول

مقدمـــــة

على الرغم من أن الإنسان استخدم عبر العصور طرائق عديدة لجر المياه كالأقنية والأنفاق وغيرها، إلا أن نقل المياه عبر الأنابيب وتوزيعها للمستهلكين عبر شبكات الأنابيب أضحى أمرا شائعا في الغالبية العظمى من دول العالم منذ أكثر من قرن.

بشكل عام، تستخدم شبكات الأنابيب لتوزيع المياه وتأمين الاحتياجات المائية في مواقع الاستهلاك المختلفة. وفي حالة شبكات توزيع المياه في المدن، غالباً ما تستخدم الشبكات ذات البنية "الحلقية" Looped Network، أي التي يمكن للأنابيب فيها أن تشكل فيما بينها حلقات مغلقة. أما في حالة الشبكات التي تستخدم لأغراض الري فغالبا ما تكون "شجرية" Branching Network لأنها أكثر اقتصادية.

يتعامل مهندسو التصميم مع شبكات توزيع المياه في حالتين:

1- التحليل الهيدروليكي لشبكة أنابيب قائمة لأغراض تشغيلية، أو لشبكة مخطط لها فرضت معطياتها من حيث أبعاد الأنابيب ومواصفاتها بناء على خبرة المهندس والاحتياجات المائية، ثم تتابع عملية التصميم بطريقة التجربة والخطأ التقليدية وصولاً للحل الاقتصادي.

2- التصميم الاقتصادي لشبكات جديدة، أولتدعيم وتوسيع شبكات قائمة.

في الحالة الأولى، حالة التحليل الهيدروليكي لشبكات الأنابيب تكون مواصفات الشبكة من حيث بنيتها، وأنواع الأنابيب وأطوالها وأقطارها، ومواصفات التجهيزات الملحقة فيها من خزانات ومضخات وصمامات وغيرها معلومة، أو يتم فرضها بناءً على خبرة مهندس التصميم. ويكون ناتج التحليل مقدار الغزارات في أنابيب الشبكة والضغوط المتوفرة عند عقدها وذلك بدلالة نموذج معين للاستهلاك (أي الحمل المطبق على الشبكة). ويقوم مهندس التصميم عادة بالتأكد من توفر الشروط المناسبة من ضغط وغزارة في جميع أرجاء الشبكة. ومنذ نشوء الحواسيب في منتصف القرن الماضي وانتشارها بشكل واسع خلال العقود الثلاثة الماضية نُشر العديد من الأبحاث عن طرائق الحل الهيدروليكي لشبكات الأنابيب واستعرضت هذه الطرق في عدد من الكتب الشهيرة (أنظر Walski, 1984، و Bhave 1991، و Larock et al, 2000) كما قام يعض الباحثين بإجراء بحوث مقارنة عن هذه الطرق وخصائصها (أنظر معلا 1990).

في الحالة الثانية، حالة التصميم الاقتصادي للشبكة، تكون عادة بنية الشبكة معلومة والمطلوب تحديد أطوال الأنابيب وأقطارها بحيث تتحقق الشروط الهيدروليكية فيها من ضغوط واحتياجات مائية عند العقد ، وكذلك بحيث تكون كلفة الشبكة أقل ما يمكن أيضاً. ويكون ذلك باستخدام طرائق بحوث عمليات مناسبة لتحديد التصميم الأمثل للشبكة.

هدف البحث:

يهدف هذا البحث إلى استخدام بعض طرائق بحوث العمليات في تحديد التصميم الاقتصادي (الأمثل) للشبكات. وقد تم التركيز بشكل خاص على طريقة البرمجة الخطية واستخدامها في تحديد التصميم الأمثل لشبكات نموذجية شجرية وحلقية. كذلك فقد استخدمت هذه الطريقة في تصميم شبكة مرجعية شهيرة تناولها العديد من الباحثين في الأدبيات الهندسية (أنظر Bhave 2003، Abebe & Solomatine 1998، Savic & Walters) هي شبكة توزيع مياه مدينة هانوي. كذلك استخدمت هذه الطريقة في تصميم شبكة واقعية مقتبسة من شبكة مياه دمشق، وتم مقارنة التصميم الناتج مع التصميم الواقعي للشبكة. كذلك فقد جرت مقارنة تصاميم الشبكات الناتجة في هذه الطريقة مع التصاميم الناتجة عن تطبيق طرائق أمثلة أخرى وهي طريقة البرمجة الديناميكية وطريقة الخوارزميات الجينية.

فرضيات البحث:

تم في هذا البحث اعتماد مجموعة من الفرضيات الهادفة إلى تبسيط صياغة مسألة الأمثلة مع المحافظة على المنهجية العلمية وصحة المخرجات الناتجة من الحل.

تم التركيز على قيود الضواغط المطلوبة عند عقد الشبكة من بين المتطلبات الهيدروليكية للشبكة، أما السرع العظمى والدنيا فلم يتم إدراجها بشكل صريح في صياغة المسألة إلا أنه تم التحقق بعد الحصول على الحل من كون هذه الشروط محققة كما تم اختيار مجموعة من الأقطار المرشحة لخطوط الشبكة بحيث تم الأخذ بعين الاعتبار الغزارة في هذا الخط بحيث تنتج سرع ضمن المجال المسموح.

أما فيما يخص كلفة تنفيذ الشبكة فنلاحظ أن الكلفة تتألف من:

1. كلفة الأنابيب
2. كلف إضافية: تنفيذ (حفر، ردم، تسوية، كلف وصلات، أكواع، ملحقات، خزانات...). يمكن تحميل الكلف الإضافية على كلف الأنابيب مع إهمال الفروق الناجمة عن الموقع وظروف بيئة العمل.

وبهذا اعتمدنا على كلف الأنابيب فقط لتمثيل كلفة الشبكة، وخصوصا أن هدفنا هو مقارنة طرق و ليس حساب لفة فعلية.

أخيراً سيتم اعتبار أن الشبكة ذات مصدر تغذية وحيد وتعمل بالإسالة وذلك بهدف المقارنة مع دراسات سابقة.

منهجية البحث:

تتألف الأطروحة من ثلاثة أجزاء رئيسية. خصص الجزء الأول للمقدمة (الفصل الأول) و للخصائص الهيدروليكية لشبكات الأنابيب (الفصل الثاني) ويتضمن مبدأ حساب شبكات توزيع المياه، والمعادلات الأساسية للجريان (معادلات المسارات ومعادلات العقد)، وطرائق حل هذه المعادلات باستخدام الأساليب العددية المناسبة.

أما الجزء الثاني من الأطروحة فيتضمن استعراض لطرائق "الأمثلة" المختلفة التي جرى استخدامها في التصميم الأمثلي لشبكات الأنابيب، وهي البرمجة الخطية، والبرمجة الديناميكية، والخوارزميات الجينية (الفصل الثالث). كذلك يتضمن هذا الجزء استخدام هذه الطرق المختلفة في تصميم شبكات نموذجية (الفصل الرابع والخامس والسادس).

يتضمن الجزء الثالث من الأطروحة استخدام طريقة البرمجة الخطية في تصميم شبكتين واقعيتين هما شبكة مياه هانوي (الفصل السابع)، وشبكة مقتبسة من شبكة توزيع مياه مدينة دمشق هي شبكة المزة (الفصل الثامن).

في نهاية البحث، تتضمن الخاتمة استعراضا للنتائج التي استخلصت من هذا البحث خاصة فيما يتعلق بالخصائص النسبية لكل طريقة وقدرتها على الوصول إلى حل اقتصادي لتصميم شبكات الأنابيب.

الفصل الثاني
الحسابات الهيدروليكية لشبكات الأنابيب

1.2 بنية الشبكة:

تتكون الشبكة من مجموعة أنابيب متلاقية في نقاط تسمى عقداً (nodes) والتي يمكن ان تشكل فيما بينها حلقات. يمكن أيضاً أن تحوي الشبكة على خزانات، ومضخات، وصمامات وملحقات أخرى.

من نظرية البيانيات (Graph Theory) يجب أن تحقق أية شبكة العلاقة التالية:

$$p = n + \ell - 1 \qquad (1\text{-}2)$$

حيث: p: عدد الأنابيب في الشبكة.

n: عدد العقد في الشبكة.

ℓ: عدد الحلقات الأساسية إن وجدت.

وتعرَّف الحلقة الأساسية Primary loop بأنها مجموعة الأنابيب التي تشكل فيما بينها حلقة مغلقة والتي لاتحتوي على أية حلقات مغلقة أخرى ضمنها.

وفي شبكات الأنابيب يمكن تمييز نوعين من العقد وفقاً لمنسوب خط الطاقة:

1- عقد الطاقة الثابتة Fixed Energy Nodes : ويكون منسوب خط الطاقة فيها معلوماً، يرمز لها بـ f، وهي تمثل نقاط إمداد للشبكة مثل الخزانات (وتكون واقعة في نقاط مرتفعة من الشبكة).

2- عقد الوصل أو التفرع Junction Nodes : ويكون منسوب خط الطاقة فيها مجهولاً وتابعاً للحل الهيدروليكي للجريان في الشبكة، يرمز لها بـ j .

ومنه :

$$n = j + f$$

تأخذ بالتالي المعادلة 2-1 الشكل العام التالي :

$$p = j + \ell + f - 1 \qquad (2\text{-}2)$$

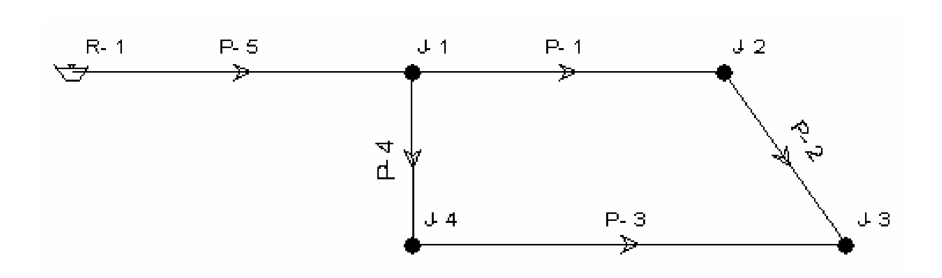
ومن حيث بنية الشبكة، يمكن أن نميز نوعين من الشبكات:

1- شبكات حلقية Loop Networks وهي الشبكات التي تحوي حلقة أساسية واحدة على الأقل.

2- شبكات شجرية Branching Networks وهي الشبكات التي لا تشكل فيها الأنابيب أية حلقة مغلقة ضمنها، أي أن $\ell = 0$، وتحتوي عادةً على عقدة طاقة ثابتة واحدة (مصدر التغذية) وتسحب المياه منها عبر العقد الواقعة في نهايات الأنابيب.

يلاحظ أن الشبكة البسيطة الواردة في الشكل (2-1) هي شبكة حلقية تحتوي على خمسة أنابيب، وأربعة عقد تفرع، وعقدة طاقة ثابتة واحدة (لوجود خزان)، وحلقة أساسية واحدة. وبالتالي فالمعادلة (2-2) محققة لأنَّ:

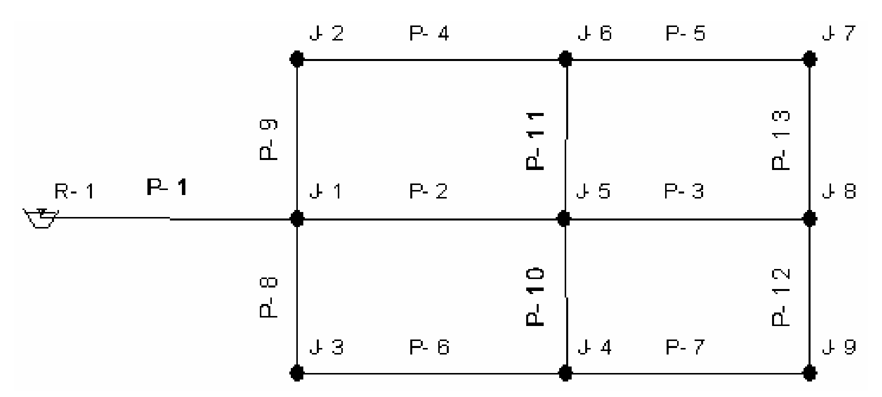
$$5 = 4 + 1 + 1 - 1$$



الشكل (2−1) شبكة حلقية

كذلك فالمعادلة (2-2) محققة في حالة الشبكة الحلقية الواردة في الشكل (2-2) والتي تتضمن ثلاثة عشر أنبوباً، وأربعة حلقات أساسية، وتسع عقد تفرع، وعقدة طاقة ثابتة واحدة:

$$13 = 9 + 4 + 1 - 1$$

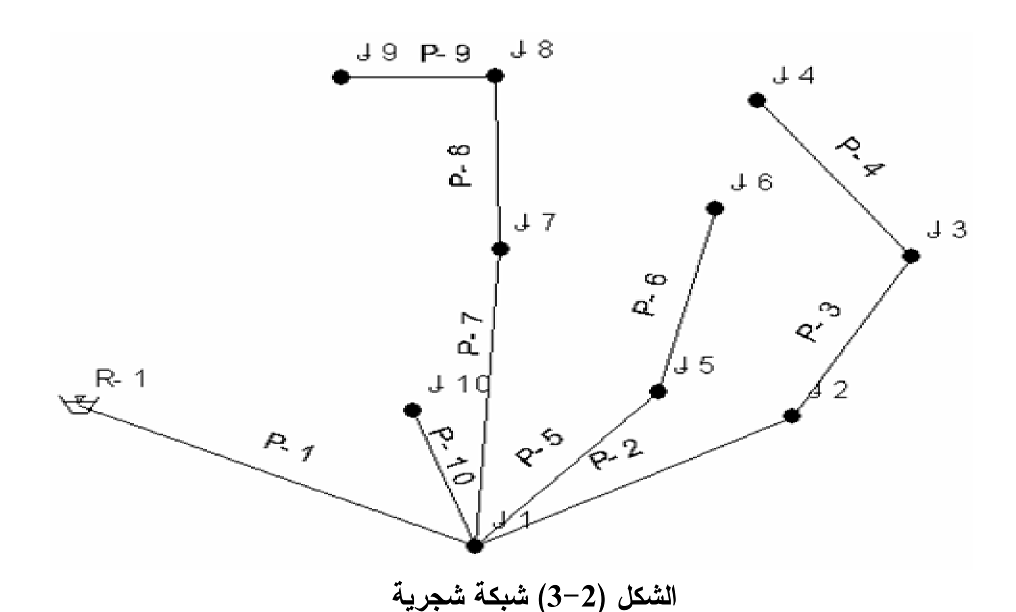


الشكل (2−2) شبكة حلقية تتضمن أربعة حلقات أساسية

يلاحظ كذلك أنَّ الشبكة المبينة في الشكل (2-3) هي شبكة شجرية تحتوي على 10 أنبوباً، و10 عقدة تفرع، وعقدة طاقة ثابتة واحدة، أي أن:

$$10 = 10 + 0 + 1 - 1$$

والعلاقة محققة أيضاً.



الشكل (2–3) شبكة شجرية

بشكل عام تستخدم الشبكات ذات البنية الحلقية في أعمال توزيع المياه في المدن لأنها أكثر وثوقية. في حين تستخدم الشبكات الشجرية في إمداد التجمعات السكانية الصغيرة بمياه الشرب، وكذلك في أعمال الري.

2.2 المبادئ الهيدروليكية لحساب شبكات الأنابيب:

تصمم شبكات الأنابيب، من حيث المبدأ، لكي توفر الكميات اللازمة من المياه للمستهلكين وبضغط مناسب. وكما سبق ذكره فإن المنهج التقليدي المتبع في تصميم شبكات الأنابيب ينطوي على مرحلتين: (1) تحديد (أو فرض) أبعاد أنابيب الشبكة وعناصرها الأخرى ومواصفاتها. (2) تحليل الشبكة هيدروليكيا، والتأكد من مدى تحقيق الشبكة المفروضة للمتطلبات من حيث الاستهلاك والضغط، وتعديل الفرضيات بناءً على ذلك.

ويعتمد هذا المنهج بشكل كبير على خبرة مهندس التصميم وحكمته. فإذا كانت أبعاد الأنابيب المختارة أقل من الأبعاد اللازمة، يكون أداء الشبكة الهيدروليكي غير مناسباً من حيث تحقيق شروط الضغط والغزارة. وإذا كانت أبعاد الأنابيب المختارة أكبر من اللازم يكون أداء الشبكة مناسباً لكنها غير

اقتصادية من حيث الكلفة. بالتالي تتطلب عملية التصميم عدة محاولات للحصول على تصميم مناسب للشبكة وتتضمن كل مرحلة حلاً هيدروليكيا للشبكة.

يعتمد الحساب الهيدروليكي لشبكات الأنابيب على تحقيق معادلتين أساسيتين من معادلات ميكانيك السوائل هما:

1- معادلة الاستمرار عند جميع العقد.

2- معادلة انحفاظ الطاقة في جميع الأنابيب.

1.2.2 معادلة الاستمرار:

وهي مبنية على مبدأ انحفاظ الكتلة وتنص على أنَّه في حالة الجريان المستقر فإنَّ الغزارة الداخلة إلى حيز ما، يجب أن تساوي الغزارة الخارجة منه. وبالنسبة لعقدة تفرع يلتقي عندها N أنبوب في شبكة ما، يكون المجموع الجبري للغزارات الداخلة والخارجة من هذه العقدة (بما فيها الاستهلاك عند العقدة) مساوياً الصفر، أي:

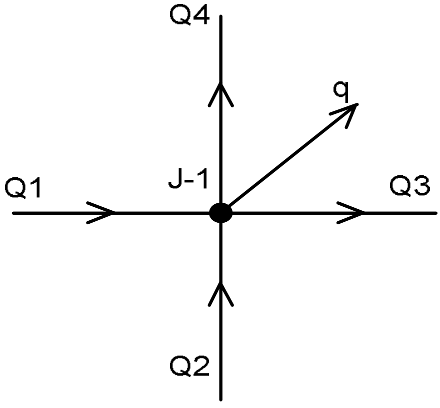
$$\sum_{i=1}^{N} \pm Q_i = 0 \qquad (3\text{-}2)$$

وقد اصطلح على إعطاء الإشارة الموجبة للغزارات الداخلة إلى العقدة والإشارة السالبة للغزارات الخارجة من العقدة.

وبالنسبة للعقدة المبينة في الشكل (2-4) تأخذ معادلة الاستمرار الشكل التالي:

$$Q_1 + Q_2 - Q_3 - Q_4 = q$$

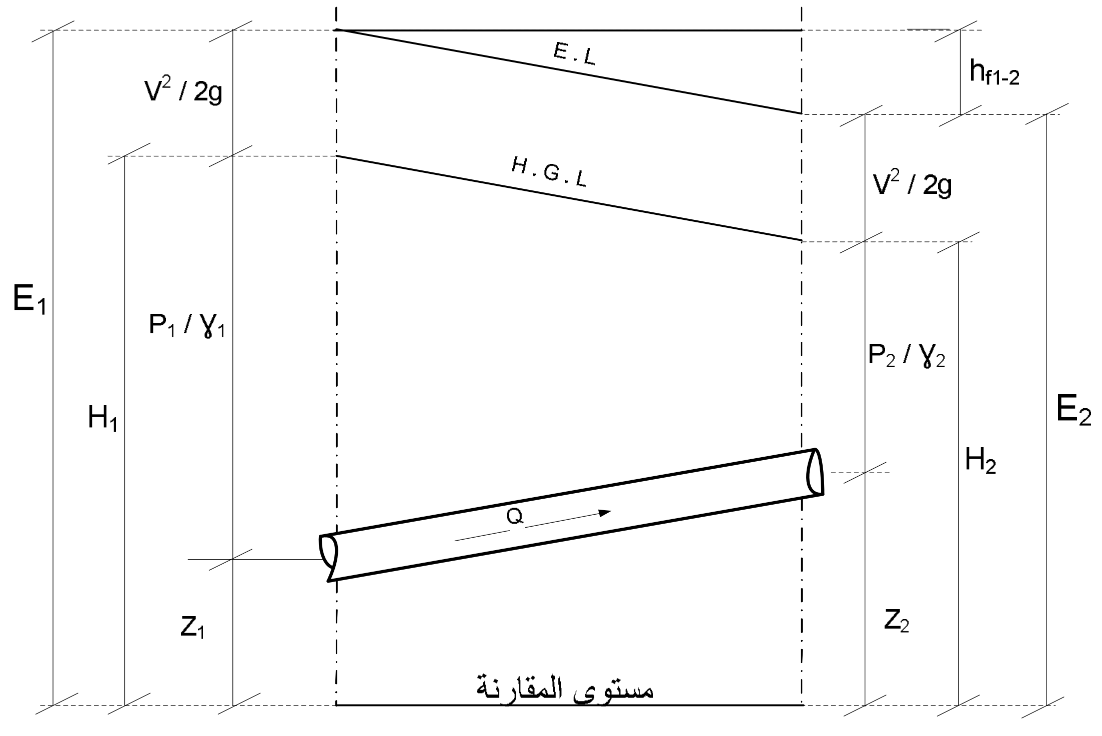
حيث q الاستهلاك عند العقدة.



الشكل (2−4) عقدة تفرع تلتقي عندها أربعة أنابيب

2.2.2 معادلة انحفاظ الطاقة:

تأخذ معادلة انحفاظ الطاقة بين مقطعين 1 و 2 من أنبوب الجريان فيه مستقر، الشكل التالي:



الشكل (2–5) معادلة انحفاظ الطاقة في أنبوب (معلا وزينو 2005)

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+h_{f_{1-2}}$$

حيث :

$P(N/m_2)$ = الضغط.

$V(m/s)$ = السرعة الوسطية للجريان

$\gamma(N/m^3)$ = الوزن الحجمي للسائل.

$Z(m)$ = المنسوب بالنسبة لمستوي مقارنة ما.

$h_{f1-2}(m)$ = الفاقد بالضاغط نتيجة للاحتكاك في الناقل بين المقطعين 1 و 2 .

في المعادلة السابقة يسمى المقدار $V_1^2/2g$ بالضاغط الحركي عند المقطع 1 من الناقل و المقدار P_1/γ بالضاغط الساكن والمقدار Z_1 بالضاغط الكامن. ويشكل مجموع الضاغط الساكن والضاغط الكامن ما يسمى بالضاغط الهيدروليكي (أو الضاغط البيزومتري) ومجموع الضاغط الهيدروليكي والضاغط الحركي يعطي الضاغط الكلي عند المقطع المدروس (أو الطاقة الكلية لواحدة الوزن من السائل).

يمكن كتابة معادلة انحفاظ الطاقة على النحو التالي:

$$E_1 = E_2 + h_{f_{1-2}}$$

أو:

$$E_1 - E_2 = h_{f_{1-2}} \qquad (4\text{-}2)$$

حيث:

E_1 : منسوب خط الطاقة عند المقطع 1

E_2 : منسوب خط الطاقة عند المقطع 2

h_{f1-2} : الفواقد في الأنبوب بين المقطعين 1 و 2.

3.2 فواقد الطاقة في الأنابيب:

1.3.2- الفواقد الطولية بالاحتكاك :

يمكن حساب فواقد الطاقة نتيجة الاحتكاك من أجل جريان الماء في الأنابيب باستخدام إحدى العلاقتين الشائعتي الاستخدام: (1) علاقة دارسي- ويسباخ (2) علاقة هيزن- ويليامز .

1. علاقة دارسي – ويسباخ:

يعطى فاقد الطاقة نتيجة الاحتكاك وفقاً لعلاقة دارسي – ويسباخ بالمعادلة التالية:

$$h_f = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \qquad (5 - 2)$$

حيث:

L: طول الأنبوب (m)

D : قطر الأنبوب (m)

V : السرعة الوسطية للجريان في الأنبوب (m/s)

λ ثابت الاحتكاك في الأنبوب وهو تابع لعدد رينولدز Re وللخشونة النسبية $\frac{\epsilon}{D}$

$$\lambda = f(\mathrm{Re}, \frac{\epsilon}{D})$$

يكون غالباً جريان الماء في أنابيب الشبكة جرياناً مضطرباً Turbulent Flow ويمكن استخراج قيمة λ من علاقة كولبروك- وايت وهي علاقة تجريبية وتعدُّ الأكثر استخداما نظرا لكونها عامة تستخدم لجميع أنواع الأنابيب (الملساء والخشنة هيدروليكيا) وضمن أي مجال لعدد رينولدز وذلك عندما يكون الجريان مضطرباً:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left[\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.7\mathrm{D}}\right] \qquad (6\text{-}2)$$

بما أن معادلة كولبروك – وايت معادلة ضمنية Implicit ولا تعطي قيمة مباشرة لـ λ ، يمكن استخدام عدد من العلاقات المحددة Explicit المشتقة منها، كعلاقة سوامي وجين Swamee and Jain (1976) :

$$\lambda = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{\mathrm{Re}^{0.9}}\right)\right]} \qquad (7\text{-}2)$$

والتي تعطي قيم لـ λ بدقة 1% من أجل:

$$5000 \le \mathrm{Re} \le 10^8$$

$$10^{-6} \le \frac{\varepsilon}{D} \le 10^{-2}$$

يبين الجدول (2-1) قيم الخشونة المطلقة ε العائدة لأنابيب مصنوعة من مواد مختلفة.

نوع مادة الأنبوب	الخشونة الوسطية [mm]	الخشونة التصميمية [mm]
فونت مبطن من الداخل	0.102	0.125
فونت غير مبطن من الداخل	0.226	0.25
حديد مغلفن	0.102	0.125
حديد مطاوع	0.050	0.050
فولاذ مبطن من الداخل	0.056	0.05
فولاذ جديد غير مبطن من الداخل	0.028	0.04
فولاذ قديم يكسوه الصدأ	1.25	1.25
أسبيستوس غير مبطن	0.028	0.04
بلاستيك (بولي ايتيلين+P.V.C)	0.03	0.04
بيتون مصبوب في المكان– أملس	0.50	0.60
بيتون مصبوب في المكان– خشن	1.50	2.00

الجدول (2–1). قيم الخشونة المطلقة لأهم أنواع الأنابيب حسب
The American Water Works Association (1981)
(معلا و زينو 2005)

يمكن كتابة معادلة دارسي - ويسباخ (2-5) بدلالة الغزارة على النحو التالي:

$$h_f = \lambda \frac{L}{D}\frac{(Q/A)^2}{2g} = \frac{8}{\pi^2 g}\lambda \frac{L}{D^5}Q^2 = h_f = K_f Q^2 \qquad (8\text{-}2)$$

حيث K_f ثابت مقاومة الأنبوب ويعطى بالمعادلة التالية:

$$K_f = \frac{8}{\pi^2 g}\lambda \frac{L}{D^5} \qquad (9\text{-}2)$$

2. علاقة هيزن - ويليامز:

وهي علاقة عددية تستخدم بشكل واسع في هندسة الإمداد بالمياه ويعطى الفاقد الطولي في الطاقة في أنبوب ما باستخدام هذه العلاقة بالمعادلة التالية :

$$h_l = \frac{10.675}{D^{4.87}}\frac{L}{C^{1.852}}Q^{1.852} \qquad (10\text{-}2)$$

حيث :

$Q(m^3/s)$ = الغزارة الجارية في الأنبوب.

$D(m)$ = القطر الداخلي للأنبوب .

$L(m)$ = طول الأنبوب.

C = ثابت هيزن-ويليامز ويمثل خشونة الأنبوب وتتراوح قيمته من 140 في حالة الأنابيب الملساء جداً، إلى 60 في حالة الأنابيب الخشنة جداً، الجدول(2-2).

نوع الأنبوب	قطر الأنبوب cm					
	2.5	7.6	15.2	30.5	61	122
فونت غير مبطن أملس وجديد	-	121	125	130	132	134
فونت مبطن أملس وجديد	-	129	133	138	140	141
فونت مبطن– متوسط الاهتراء– عمـــر 30	-	83	90	97	102	107
فونت مبطن– متوسط الاهتراء– عمـــر 60	-	69	79	85	92	96
حديد مغلفن – أملس وجديد	120	129	133	-	-	-
حديد مطاوع – أملس وجديد	129	137	142	-	-	-
فولاذ مبطن أملس وجديد	129	137	142	145	148	148
فولاذ غير مبطن أملس وجديد	134	142	145	147	150	150
أسبيستوس مبطن أملس ونظيف	-	147	149	150	152	-
أسبيستوس غير مبطن أملس ونظيف	-	142	145	147	150	-
بلاستيك (بولي ايتيلين–PVC)	140	147	149	150	152	153
بيتون مسبق الصنع– أملس ونظيف	-	-	-	147	150	150

الجدول (2–2). قيم ثابت هازن وليامز لبعض أنواع الأنابيب حسب
The American Water Works Association (1981)
(معلا و زينو 2005)

يمكن بالتالي كتابة معادلة هيزن - ويليامز (2-8) بدلالة الغزارة على النحو التالي:

$$h_f = K_f Q^{1.852} \qquad (11\text{-}2)$$

حيث K_f ثابت مقاومة الأنبوب ويعطى بالمعادلة التالية:

$$K_f = \frac{10.675}{D^{4.87}} \frac{L}{C^{1.852}} \qquad (12\text{-}2)$$

2.3.2 العلاقة العامة للفواقد الطولية في الأنابيب:

بناءً على ما سبق، تأخذ المعادلة العامة للفواقد الطولية بالاحتكاك في الأنابيب الشكل التالي:

$$h_f = K_f Q^n$$

حيث:

n	ثابت مقاومة الأنبوب K_f	العلاقة
2	$\frac{8}{\pi^2 g} \lambda \frac{L}{D^5}$	دارسي - ويسباخ
1.852	$\frac{10.675}{D^{4.87}} \frac{L}{C^{1.852}}$	هيزن - ويليامز

الجدول (2–3) ثابت مقاومة الأنبوب K_f وأس السرعة n

في معادلتي الاحتكاك دارسي ويسباخ، وهيزن – ويليامز

3.3.2 الفواقد المحلية:

وتسمى أيضاً بالفواقد الموضعية أو الصغرى وهي الضياعات التي تحدث عند الأكواع والتفرعات والسكورة ...إلخ. وغالباً ما تكون هذه الفواقد مهملة بالمقارنة مع الفواقد الطولية لكن في بعض الحالات لا يمكن إهمالها ويجب أخذها بعين الإعتبار خاصةً بالنسبة للسكورة. تعطى الفواقد المحلية بدلالة السرعة الوسطية للجريان في الأنبوب V بالعلاقة التالية :

$$h_m = k_m \frac{V^2}{2g} \qquad (13\text{ -}2)$$

حيث k_m = ثابت الفاقد المحلي ويحدد تجريبياً في معظم الحالات. يبين الجدول(2-4) قيم معامل الفاقد المحلي k_m العائد لبعض ملحقات الأنابيب.

يمكن كتابة المعادلة (2-13) بدلالة الغزارة الجارية في الأنبوب على النحو التالي:

$$h_m = \frac{8}{\pi^2 g} k_m \frac{1}{D^4} Q^2 = K_m Q^2$$

حيث تعطى K_m بالمعادلة التالية:

$$K_m = \frac{8}{\pi^2 g} \frac{k_m}{D^4}$$

بشكل عام تكون الفواقد المحلية مهملة مقارنة بالفواقد الطولية. لكن في بعض الحالات وخاصة بالنسبة للصمامات المفتوحة جزئياً لا يمكن إهمالها.

الجدول (2−4)

ثابت الفاقد المحلي k_m	**نوع الفاقد المحلي**
	1-توسع مفاجئ في المقطع $h_m = k_m \frac{V^2}{2g}$
k_m	**D_1 : D_2**
0.11 - 0.08	1 : 1.2
0.26 - 0.20	1 : 1.4
0.40 - 0.32	1 : 1.6
0.51 - 0.40	1 : 1.8
0.60 - 0.47	1 : 2
0.74 - 0.58	1 : 2.5
0.83 - 0.65	1 : 3
0.92 - 0.72	1 : 4
0.96 - 0.75	1 : 5

تتمة الجدول (2−4)

ثابت الفاقد المحلي k_m	نوع الفاقد المحلي
	2- تضيق مفاجئ في المقطع $h_m = k_m \frac{V^2}{2g}$
k_m	$D_1 : D_2$
0.07 - 0.11	1.2 : 1
0.17 - 0.20	1.4 : 1
0.26 - 0.24	1.6 : 1
0.34 - 0.27	1.8 : 1
0.38 - 0.29	2 : 1
0.42 - 0.31	2.5 : 1
0.44 - 0.33	3 : 1
0.47 - 0.34	4 : 1
0.48 - 0.35	5 : 1
	3-الأكواع
k_m	زاوية الكوع (درجة) θ
0.016 - 0.024	5
0.034 - 0.044	10
0.042 - 0.062	15
0.066 - 0.154	22.5
0.130 - 0.165	30
0.236 - 0.320	45
0.471 - 0.684	60
1.120 - 1.265	90

تتمة الجدول (2−4)

ثابت الفاقد المحلي km	نوع الفاقد المحلي
k_m	**4- سكر بوابة**
0.19	مفتوح بالكامل
1.15	مفتوح بنسبة 75%
5.6	مفتوح بنسبة 50%
24.0	مفتوح بنسبة 25%
k_m	**5- سكر فراشة (زاوية الإغلاق درجة) θ**
0.3	0 (مفتوح بالكامل)
0.46	10
1.38	20
3.6	30
10	40
31	50
94	60
k_m	**6- سكورة عدم الرجوع**
2.5	سكر أحادي البوابة
2.5 - 3.5	سكر الكرة
2.5	**7- سكر القدم (مع مصفاة)**
10.0	**8- سكر كسر ضغط**

4.2 المعادلات الأساسية للجريان:

كما سبق ذكره في الفقرة 2-2 فإن الحساب الهيدروليكي لشبكات الأنابيب يعتمد على تحقيق معادلتين أساسيتين من معادلات ميكانيك السوائل هما معادلة الاستمرار عند العقد، ومعادلة انحفاظ الطاقة في الأنابيب. ويعبر عن هاتين المعادلتين عادةً بشكلين أساسيين، إما بدلالة الغزارات في الأنابيب، ويطلق على المعادلات المستخرجة في هذه الحالة "معادلات المسارات" Path Equations ، وإما بدلالة الضواغط عند العقد وتسمى المعادلات الناتجة في هذه الحالة بمعادلات العقد Node Equations .

1.4.2 معادلات المسارات:

يمكن بدلالة الغزارة في كل أنبوب من أنابيب الشبكة كتابة مجموعة من المعادلات اعتمادا على معادلتي انحفاظ الكتلة والطاقة. ويكون عدد المعادلات الناتجة مساوٍ لعدد أنابيب الشبكة (p) ويكون المجهول الأساسي في هذه المعادلات الغزارات المارة في الأنابيب. ويتم حل الشبكة عن طريق حل هذه المعادلات وتحديد الغزارات في الأنابيب ومنها تحسب الضواغط عند العقد.

بتطبيق معادلة الاستمرار عند كل عقدة تفرع من عقد الشبكة نحصل على j معادلة خطية تنص على أن المجموع الجبري للغزارات في الأنابيب عند العقدة يساوي الاستهلاك عند العقدة ولها الشكل التالي:

$$\sum \pm Q_i = q \qquad (14\text{-}2)$$

حيث q الاستهلاك عند العقدة.

بتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة في جميع الحلقات الأساسية في الشبكة نحصل على ℓ معادلة غير خطية تنص على أن المجموع الجبري للفواقد في الأنابيب على مدار الحلقة يساوي الصفر ولها الشكل التالي:

$$\sum \pm h_{f_i} = \sum \pm K_i Q_i^n = 0 \qquad (15\ \text{-}2)$$

في حال وجود f عقدة طاقة ثابتة في شبكة الأنابيب، فيمكن كتابة $(f\text{-}1)$ معادلة انحفاظ طاقة في أي مسار من الأنابيب يربط ما بين عقدتي طاقة ثابتة. وتنص كل معادلة على أن الفرق في منسوب خط الطاقة ما بين عقدتي الطاقة الثابتة يساوي إلى مجموع الفواقد في الأنابيب في المسار الذي يربط هاتين العقدتين، ولها الشكل التالي:

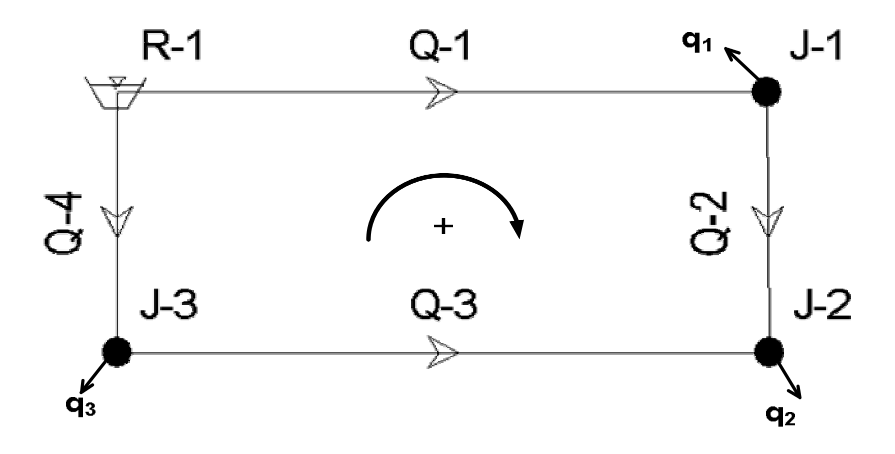
$$\sum \pm h_{f_i} = \sum \pm K_i Q_i^n = \Delta H \qquad (16\ \text{-}2)$$

وبالتالي يمكن الحصول على p معادلة بـ p مجهول، حيث p عدد الأنابيب في الشبكة، ويساوي إلى:

$$p = j + \ell + f - 1$$

يطلق على جملة المعادلات الناتجة "معادلات المسارات" ، ويتطلب الحساب الهيدروليكي للشبكة حل هذه المعادلات لتحديد الغزارة في كل أنبوب من أنابيب الشبكة.

بالنسبة للشبكة البسيطة المبينة في الشكل (2- 6)، بتطبيق معادلة الاستمرار عند كل عقدة تفرع من عقد الشبكة نحصل على ثلاث معادلات خطية بعدد عقد التفرع في الشبكة ولها الشكل التالي:



الشكل (2– 6) شبكة مؤلفة من أربعة أنابيب، وثلاثة عقد تفرع، وعقدة طاقة ثابتة واحدة، وحلقة أساسية واحدة

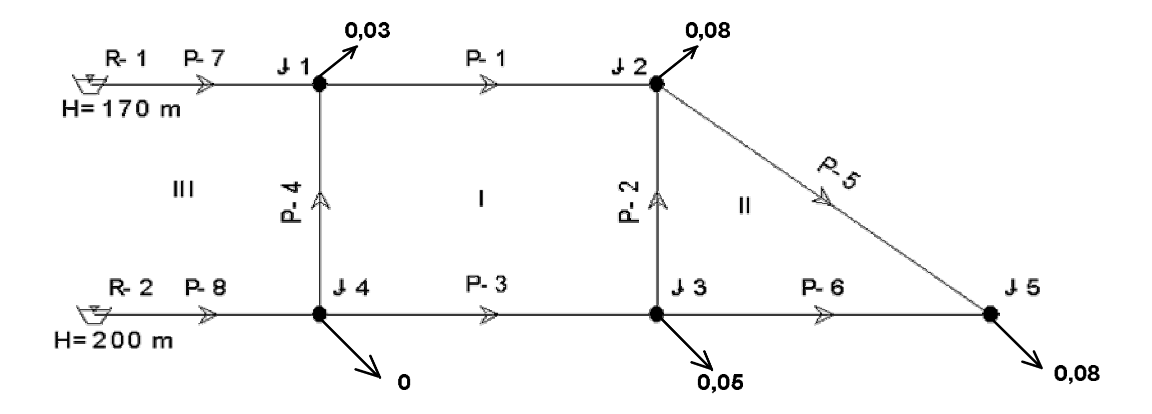
$$Q_1 - Q_2 = q_1$$
$$Q_2 + Q_3 = q_2$$
$$Q_4 - Q_3 = q_3$$

بكتابة معادلة انحفاظ الطاقة على مدار الحاقة نحصل على المعادلة التالية:

$$K_1Q_1^n + K_2Q_2^n - K_3Q_3^n - K_4Q_4^n = 0$$

وبالتالي نحصل على أربعة معادلات بأربعة مجاهيل، أي بعدد أنابيب الشبكة، ولابد من حلهم لتحديد الغزارات في الأنابيب.

وبالنسبة للشبكة المبينة في الشكل (2-7) التي تتكون من ثمانية أنابيب وخمس عقد تفرع وعقدتي طاقة ثابتة (لوجود خزانين) وحلقتين أساسيتين، تأخذ معادلات المسارات في الشبكة الشكل التالي:



الشكل (2−7)

معادلات الاستمرار عند عقد التفرع:

$$F_1 = -Q_1 + Q_4 + Q_7 - 0.03 = 0$$

$$F_2 = Q_1 + Q_2 - Q_5 - 0.08 = 0$$

$$F_3 = -Q_2 + Q_3 - Q_6 - 0.05 = 0$$

$$F_4 = -Q_3 - Q_4 + Q_8 = 0$$

$$F_5 = Q_5 + Q_6 - 0.08 = 0$$

معادلات انحفاظ الطاقة في الحلقات الأساسية:

الحلقة الأولى I :

$$F_6 = K_1 Q_1^n - K_2 Q_2^n - K_3 Q_3^n + K_4 Q_4^n = 0$$

الحلقة الثانية II :

$$F_7 = K_2 Q_2^n + K_5 Q_5^n - K_6 Q_6^n = 0$$

معادلة انحفاظ الطاقة ما بين عقدتي الطاقة الثابتة (الخزانين):

المسار III:

$$F_8 = K_7 Q_7^n - K_4 Q_4^n - K_8 Q_8^n + 30 = 0$$

وبالتالي نحصل على ثمانية معادلات بثمانية مجاهيل هي الغزارات في أنابيب الشبكة.

2-4-1-1حالة شبكة شجرية ذات مصدر تغذية وحيد:

كما ذكرنا سابقاً، تُصادف هذه الحالة بشكل واسع في مشاريع الري وفي إمداد التجمعات السكانية الصغيرة بمياه الشرب. في هذه الحالة لا تحتوي الشبكة على أية حلقات أساسية، أي أن:

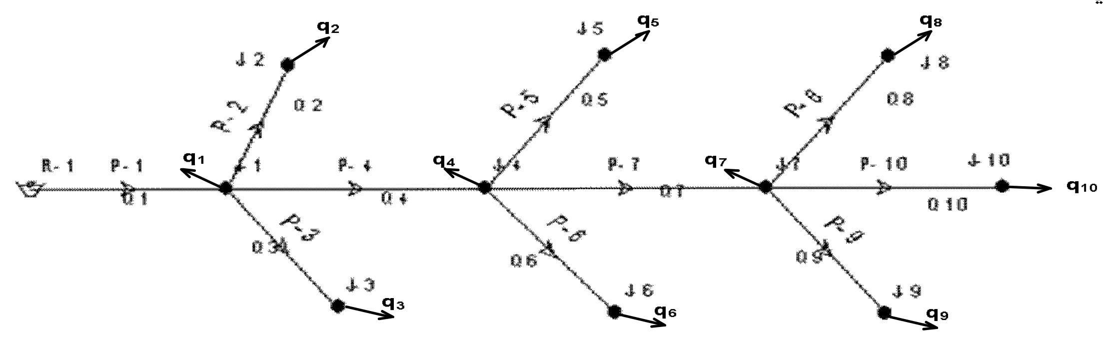
$$\ell=0$$

وحيث أن $f=1$ لوجود مصدر تغذية وحيد، يصبح في هذه الحالة عدد الأنابيب مساوٍ لعدد عقد التفرع، أي أنَّ:

$$p=j$$

وبالتالي تصبح الشبكة قابلة للحل اعتماداً على معادلات الاستمرار الخطية فقط. أي أن الغزارات في أنابيب الشبكة غير تابعة لأبعاد الأنابيب ومواصفاتها.

بالنسبة للشبكة الشجرية المبينة في الشكل (2- 8)، تكون المعادلات الأساسية للجريان على النحو التالي:



الشكل (2–8) شبكة شجرية ذات مصدر تغذية وحيد

معادلات الاستمرار عند عقد التفرع:

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 = q_1$$
$$Q_2 = q_2$$
$$Q_3 = q_3$$
$$Q_4 - Q_5 - Q_6 = q_4$$
$$Q_5 = q_5$$
$$Q_6 = q_6$$
$$Q_7 - Q_8 - Q_9 = q_7$$
$$Q_8 = q_8$$
$$Q_9 = q_9$$
$$Q_{10} = q_{10}$$

وبالتالي يكون لدينا عشرة معادلات خطية بعشرة مجاهيل هي الغزارات في أنابيب الشبكة، يمكن حلها بشكل مباشر والحصول على الغزارات المطلوبة.

2.4.2- معادلات العقد:

في هذه الحالة يعبر عن معادلات الاستمرار عند عقد التفرع في الشبكة بدلالة الضواغط عند العقد فيتم الحصول على j معادلة غير خطية بدلالة j مجهول هي الضواغط عند عقد الشبكة. يمكن حل هذه المعادلات باستخدام طرائق عددية مناسبة والحصول على الضواغط عند العقد وبالتالي تحديد الغزارات في أنابيب الشبكة.

يمكن التعبير عن الغزارة المارة في أنبوب ما يصل ما بين العقدتين 1 و 2 بدلالة الضواغط عند هاتين العقدتين (H_1 و H_2) ، الشكل (2- 9)، كما يلي:

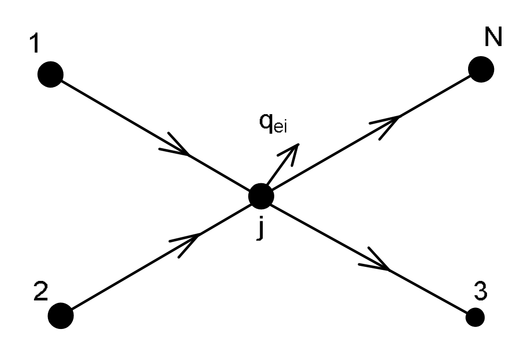
الشكل (2−9)

$$H_1 - H_2 = h_{f_{12}} = K_{12} Q_{12}^{n}$$

وبالتالي:

$$Q_{12} = \left(\frac{H_1 - H_2}{K_{12}} \right)^{\frac{1}{n}} \qquad (2- 17)$$

بالتعويض في معادلات الاستمرار عند العقد نحصل على معادلة من الشكل التالي بالنسبة لكل عقدة تفرع:



الشكل (2-10) عقدة تفرع يلتقي عندها N أنبوب

$$\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}(H_i - H_j)\left(\frac{H_i - H_j}{K_{ij}}\right)^{\frac{1}{n}} - q_j = 0 \qquad (18\text{-}2)$$

حيث N عدد العقد المجاورة للعقدة j ويساوي أيضاً عدد الأنابيب التي تلتقي عند العقدة j .تعتمد إشارة الحد بين القوسين على اتجاه الجريان، وتكون الإشارة موجبة عندما يكون الجريان باتجاه العقدة، أي عندما تكون: $H_i \rangle H_j$ ، وسالبة عندما يكون الجريان خارجاً من العقدة أي عندما تكون $H_j \rangle H_i$

بالنسبة للشبكة المبينة في الشكل (2-7)، تكون معادلات العقد فيها على النحو التالي:

$$F_1 = -\left(\frac{H_1 - H_2}{K_1}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_4 - H_1}{K_4}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{170 - H_1}{K_7}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.03 = 0$$

$$F_2 = \left(\frac{H_1 - H_2}{K_1}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_3 - H_2}{K_2}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_2 - H_5}{K_5}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.08 = 0$$

$$F_3 = -\left(\frac{H_3 - H_2}{K_2}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_4 - H_3}{K_3}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_3 - H_5}{K_6}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.05 = 0$$

$$F_4 = -\left(\frac{H_4 - H_3}{K_3}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_4 - H_1}{K_4}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{200 - H_4}{K_8}\right)^{\frac{1}{n}} = 0$$

$$F_5 = \left(\frac{H_2 - H_5}{K_5}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_3 - H_5}{K_6}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.08 = 0$$

5.2 حل المعادلات الأساسية للجريان:

يلاحظ أن المعادلات الأساسية للجريان الناتجة في حالة "معادلات المسارات" وفي حالة "معادلات العقد" هي جملة معادلات غير خطية بسبب وجود حد الاحتكاك الذي يتبع Q^n . لا يمكن بالتالي الحصول على حل مباشر بالنسبة للغزارات في الأنابيب (في حالة معادلات المسارات)، أو للضواغط عند العقد (في حالة معادلات العقد). ولابد من اللجوء إلى الطرائق العددية المناسبة التي تعتمد على التقريب المتتالي. نتعرض فيما يلي إلى عدد من الطرق الشائعة الاستخدام في حل "معادلات المسارات" و"معادلات العقد".

1.5.2- حل معادلات المسارات:

يتم حل معادلات المسارات من أجل الحصول على الغزارات في الأنابيب، ومن ثم حساب الضواغط عند العقد. هناك عدة طرق لحل معادلات المسارات. نتعرض فيما يلي إلى طريقتين منها هي:

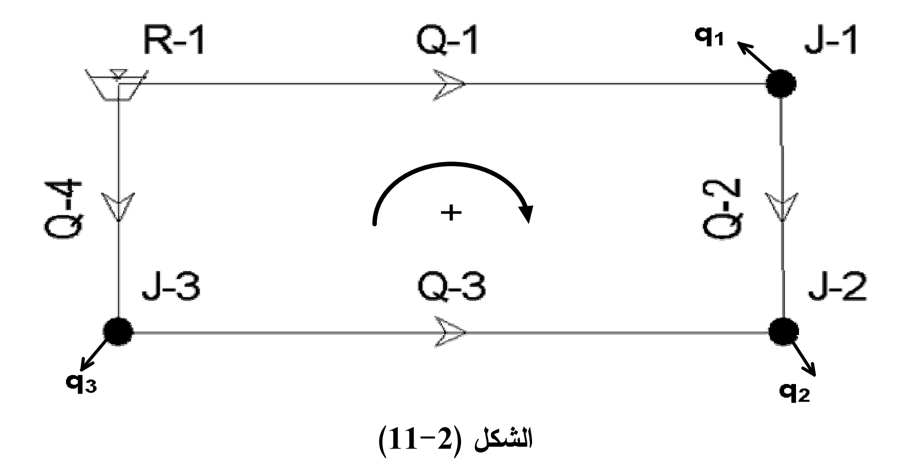
1- طريقة التعديل الإفرادي للمسارت Single Path Adjustment Method

2- طريقة التعديل الجماعي للمسارات Simultaneous paths Adjustment Method

1- طريقة التعديل الإفرادي للمسارت:

اقترحت هذه الطريقة لأول مرة من قبل هاردي كروس في عام 1936، وتعرف بإسمه وهي أقدم الطرق وأكثرها استخداما حيث أنها مناسبة للحسابات اليدوية والآلية. تعتمد هذه الطريقة على فرض (أو تخمين) مبدئي للغزارات في أنابيب الشبكة (من حيث المقدار والاتجاه) بحيث تتحقق معادلة الاستمرار عند جميع العقد. يتم بعد ذلك تصحيح الغزارات المفروضة حتى تتحقق معادلة انحفاظ الطاقة في جميع المسارات. وحيث أنه في هذه الطريقة يتم تصحيح الغزارات بشكل مستقل في كل مسار على حدة، فقد أطلق على هذه الطريقة أيضاً أسم "طريقة التعديل الإفرادي للمسارات".

بالنسبة للشبكة المبينة في الشكل (2-11) والمكونة من أربعة أنابيب تشكل فيما بينها حلقة أساسية واحدة، وثلاثة عقد تفرع وعقدة طاقة ثابتة واحدة، بفرض أن Q_1 و Q_2 و Q_3 و Q_4 هي قيم "فرضية" للغزارات في أنابيب الشبكة تحقق معادلات الاستمرار عند عقد الشبكة، فإنها تشترك جميعا بمقدار التصحيح ΔQ الواجب إدخاله على هذه القيم بحيث أن الغزارات التي اتجاهها مع عقارب الساعة تحصل على + ΔQ، في حين أن الغزارات التي اتجاهها عكس عقارب الساعة تحصل على ΔQ -وذلك بغية عدم الإخلال بمعادلات الاستمرار العقد.



الشكل (2−11)

وبالتالي تأخذ معادلة انحفاظ الطاقة في الحلقة الشكل التالي:

$$\sum \pm h_{f_i} = \sum \pm K_i (Q_i + \Delta Q)^n = 0$$

أو:

$$F(Q_i + \Delta Q) = K_1(Q_1 + \Delta Q)^n + K_2(Q_2 + \Delta Q)^n - K_3(Q_3 - \Delta Q)^n - K_4(Q_4 - \Delta Q)^n = 0$$

(2- 19)

واعتمادا على طريقة نيوتن- رافسون في إيجاد جذور المعادلات غير الخطية المبنية على نظرية تيلور في نشر التوابع، يمكن كتابة:

$$(Q + \Delta Q)^n = Q^n + n.\Delta Q.Q^{n-1} + ...$$
$$(Q - \Delta Q)^n = Q^n - n.\Delta Q.Q^{n-1} + ...$$

بالتعويض في المعادلة (2- 19) :

$$F(Q_i + \Delta Q) = K_1 Q_1^n + K_2 Q_2^2 - K_3 Q_3^n - K_4 Q_4^n +$$
$$\Delta Q(n.K_1.Q_1^{n-1} + n.K_2.Q_2^{n-1} + n.K_3.Q_3^{n-1} + n.K_4.Q_4^{n-1}) = 0$$

ومنه يعطى التصحيح ΔQ الواجب إدخاله على قيم الغزارات في أنابيب الحلقة بالمعادلة التالية:

$$\Delta Q = -\frac{K_1 Q_1^n + K_2 Q_2^2 - K_3 Q_3^n - K_4 Q_4^n}{n.K_1.Q_1^{n-1} + n.K_2.Q_2^{n-1} + n.K_3.Q_3^{n-1} + n.K_4.Q_4^{n-1}} \qquad (2- 20)$$

والتي يمكن التعبير عنها بالمعادلة التالية:

$$\Delta Q = -\frac{\sum \pm K_i Q_i^n}{\sum nK_i \left|Q_i^{n-1}\right|} \qquad (21\text{-}2)$$

أو:

$$\Delta Q = -\frac{F(Q_i)}{F'(Q_i)} \qquad (22\text{-}2)$$

في حال وجود مسار مفتوح يربط ما بين عقدتي طاقة ثابتة فإن الطرف الأيمن من معادلة انحفاظ الطاقة في الحلقة لا يكون مساويا للصفر وإنما لفرق المنسوب ما بين عقدتي الطاقة الثابتة، أي ΔH ، تصبح بالتالي المعادلة السابقة:

$$\Delta Q = \frac{\Delta H - \sum \pm K_i Q_i^n}{\sum nK_i \left|Q_i^{n-1}\right|} \qquad (23\text{-}2)$$

تصحح الغزارات المفروضة في أنابيب الحلقة بحيث تأخذ الغزارات التي اتجاهها مع عقارب الساعة المقدار + ΔQ ، والغزارات التي اتجاهها عكس عقارب الساعة المقدار - ΔQ. وتكون الغزارات الناتجة بعد التصحيح أقرب من الغزارات المفروضة إلى الغزارات النهائية ، وتعدُّ أساساً لإجراء تصحيح آخر، وهكذا تكرر عملية التقريب المتتالي حتي تنعدم ΔQ ضمن شروط دقة موضوعية.

بالنسبة للشبكة المبينة في الشكل (2-7)، إذا فرضنا أن Q_1 و Q_2 و Q_3 و Q_4 و Q_5 و Q_6 و Q_7 و Q_8 هي غزارات فرضية في أنابيب الشبكة تحقق مبدأ الاستمرار عند العقد، تأخذ معادلات انحفاظ الطاقة في مسارات الشبكة الثلاث الشكل التالي:

$$F_1 = K_1(Q_1 + \Delta Q_1)^n - K_2(Q_2 - \Delta Q_1 + \Delta Q_2)^n - K_3(Q_3 - \Delta Q_1)^n + K_4(Q_4 + \Delta Q_1 - \Delta Q_3)^n = 0$$

$$F_2 = K_2(Q_2 - \Delta Q_1 + \Delta Q_2)^n + K_5(Q_5 + \Delta Q_2)^n - K_6(Q_6 - \Delta Q_2)^n = 0$$

$$F_3 = K_7(Q_7 + \Delta Q_3)^n - K_4(Q_4 + \Delta Q_1 - \Delta Q_3)^n - K_8(Q_8 - \Delta Q_3)^n + 30 = 0$$

وتعطى بالتالي التصحيحات الواجب إدخالها على الغزارات الفرضية في الأنابيب بالمعادلات التالية:

$$\Delta Q_1 = -\frac{K_1Q_1^n - K_2Q_2^n - K_3Q_3^n + K_4Q_4^n}{nK_1Q_1^{n-1} + nK_2Q_2^{n-1} + nK_3Q_3^{n-1} + nK_4Q_4^{n-1}}$$

$$\Delta Q_2 = -\frac{K_2Q_2^n + K_5Q_5^n - K_6Q_6^n}{nK_2Q_2^{n-1} + nK_5Q_5^{n-1} + nK_6Q_6^{n-1}}$$

$$\Delta Q_3 = \frac{-30 - [K_7Q_7^n - K_4Q_4^n - K_8Q_8^n]}{nK_7Q_7^{n-1} + nK_4Q_4^{n-1} + nK_8Q_8^{n-1}}$$

حيث تأخذ الغزارات البدائية المفروضة في أنابيب الشبكة التصحيحات التالية في كل خطوة من خطوات التقريب المتتالي:

$$\begin{aligned}
Q_1' &= Q_1 + \Delta Q_1 \\
Q_2' &= Q_2 - \Delta Q_1 + \Delta Q_2 \\
Q_3' &= Q_3 - \Delta Q_1 \\
Q_4' &= Q_4 + \Delta Q_1 - \Delta Q_3 \\
Q_5' &= Q_5 + \Delta Q_2 \\
Q_6' &= Q_6 - \Delta Q_2 \\
Q_7' &= Q_7 + \Delta Q_3 \\
Q_8' &= Q_8 - \Delta Q_3
\end{aligned}$$

يلاحظ أن الأنبوبين P-2 و P-4 هما أنبوبين مشتركين بين أكثر من مسار، وبالتالي تتعرض الغزارة المفروضة في كل منهما للتصحيح من كل مسار تشترك به خلال كل خطوة من خطوات التقريب المتتالي.

تتميز طريقة التعديل الإفرادي للمسارات (طريقة هاردي كروس) بوضوحها وسهولة استخدامها ومناسبتها للحسابات اليدوية والآلية على حد سواء. غير أنه وبسبب تصحيح الغزارة في كل مسار من مسارات الشبكة (الحلقات) على حدة، فإن سرعة تقاربها بطيئة نسبياً.

2- طريقة التعديل الجماعي للمسارات

في هذه الطريقة يتم تصحيح الغزارات في جميع مسارات الشبكة بشكل آني وليس لكل مسار على حدة كما هي الحال في طريقة التعديل الإفرادي للمسارات.

بالنسبة للشبكة المبينة في الشكل (2-7)، تشكل معادلات انحفاظ الطاقة في مسارات الشبكة، ثلاث معادلات غير خطية من الشكل التالي:

$$F_1 = K_1(Q_1 + \Delta Q_1)^n - K_2(Q_2 - \Delta Q_1 + \Delta Q_2)^n - K_3(Q_3 - \Delta Q_1)^n + K_4(Q_4 + \Delta Q_1 - \Delta Q_3)^n = 0$$

$$F_2 = K_2(Q_2 - \Delta Q_1 + \Delta Q_2)^n + K_5(Q_5 + \Delta Q_2)^n - K_6(Q_6 - \Delta Q_2)^n = 0$$

$$F_3 = K_7(Q_7 + \Delta Q_3)^n - K_4(Q_4 + \Delta Q_1 - \Delta Q_3)^n - K_8(Q_8 - \Delta Q_3)^n + 30 = 0$$

حيث Q_1 و Q_2 و Q_3 و Q_4 و Q_5 و Q_6 و Q_7 و Q_8 هي غزارات فرضية في أنابيب الشبكة تحقق مبدأ الاستمرار عند العقد، و ΔQ_1 و $Q_2\Delta$ و $Q_3\Delta$ هي التصحيحات الواجب إدخالها على الغزارات المفروضة في مسارات الشبكة.

حسب طريقة نيوتن - رافسون في إيجاد جذور المعادلات غير الخطية لـ n معادلة غير خطية بـ n مجهول ، يمكن الحصول على مصفوفة التصحيحات $\Delta Q(\Delta Q_1, \Delta Q_2, \Delta Q_3)$ بحل جملة المعادلات التالية :

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial F_1}{\partial \Delta Q_2} & \frac{\partial F_1}{\partial \Delta Q_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta Q_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta Q_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial F_3}{\partial \Delta Q_2} & \frac{\partial F_3}{\partial \Delta Q_3} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} F_1(Q_i) \\ F_2(Q_i) \\ F_3(Q_i) \end{vmatrix} \qquad (24\text{-}2)$$

أو:

$$D \times \Delta Q = -F$$

حيث F مصفوفة التوابع، وتعطى عناصرها بالمعادلات التالية :

$$F_1(Q_i) = K_1Q_1^n - K_2Q_2^n - K_3Q_3^n + K_4Q_4^n$$
$$F_2(Q_i) = K_2Q_2^n + K_5Q_5^n - K_6Q_6^n$$
$$F_3(Q_i) = K_7Q_7^n - K_4Q_4^n - K_8Q_8^n + 30$$

وحيث D مصفوفة المشتقات وتعطى عناصرها بالمعادلات التالية :

$$\frac{\partial F_1}{\partial \Delta Q_1} = nK_1Q_1^{n-1} + nK_2Q_2^{n-1} + nK_3Q_3^{n-1} + nK_4Q_4^{n-1}$$
$$\frac{\partial F_1}{\partial \Delta Q_2} = -nK_2Q_2^{n-1}$$
$$\frac{\partial F_1}{\partial \Delta Q_3} = -nK_4Q_4^{n-1}$$
$$\frac{\partial F_2}{\partial \Delta Q_1} = -nK_2Q_2^{n-1}$$
$$\frac{\partial F_2}{\partial \Delta Q_2} = nK_2Q_2^{n-1} + nK_5Q_5^{n-1} + nK_6Q_6^{n-1}$$
$$\frac{\partial F_2}{\partial \Delta Q_3} = 0$$
$$\frac{\partial F_3}{\partial \Delta Q_1} = -nK_4Q_4^{n-1}$$
$$\frac{\partial F_3}{\partial \Delta Q_2} = 0$$
$$\frac{\partial F_3}{\partial \Delta Q_3} = nK_7Q_7^{n-1} + nK_4Q_4^{n-1} + nK_8Q_8^{n-1}$$

يلاحظ أنّ مصفوفة المشتقات D هي مصفوفة متناظرة لأن : $\frac{\partial F_2}{\partial \Delta Q_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \Delta Q_2}$ و $\frac{\partial F_3}{\partial \Delta Q_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \Delta Q_3}$

وكذلك $\frac{\partial F_3}{\partial \Delta Q_2} = \frac{\partial F_2}{\partial \Delta Q_3}$ ، وهذه من المميزات الأساسية لطريقة التعديل الجماعي للمسارات.

بعد حساب مصفوفة التعديلات $\Delta Q(\Delta Q_1, \Delta Q_2, \Delta Q_3)$ يتم تحديد قيم تقريبية جديدة للغزارات في أنابيب الشبكة تعدُّ منطلقاً لإجراء تقريب آخر، وهكذا يكرَّر الحل لحين انعدام مصفوفة التصحيحات ΔQ .

تتميز طريقة "التعديل الجماعي للغزارات" عن طريقة هاردي كروس في أن سرعة تقاربها أكبر بسبب تصحيح الغزارات في مسارات الشبكة بشكل آني. غير أن سيئتها الرئيسية تكمن في أنها مناسبة فقط للحسابات الآلية باستخدام الحاسوب.

2.5.2 حل معادلات العقد:

يتم حل "معادلات العقد" من أجل الحصول على الضواغط في عقد الشبكة، ومن ثم حساب الغزارات في الأنابيب. هناك عدة طرق لحل معادلات العقد. نتعرض فيما يلي إلى طريقتين منها هي:

1. طريقة التعديل الإفرادي للعقد Single Node Adjustment Method
2. طريقة التعديل الجماعي للعقد Simultaneous Nodes Adjustment Method

1- طريقة التعديل الإفرادي للعقد:

تعتمد هذه الطريقة على فرض مبدئي للضواغط عند عقد التفرع في الشبكة. يتم بعد ذلك تصحيح الضواغط المفروضة حتى تتحقق معادلات الاستمرار عند جميع العقد. وحيث أنه في هذه الطريقة يتم تصحيح الضواغط بشكل مستقل في كل عقدة على حدة، فقد أطلق على هذه الطريقة أيضاً أسم "طريقة التعديل الإفرادي للعقد".

كما ذكرنا سابقا، تأخذ معادلة الاستمرار عند العقدة *j* التي يلتقي عندها N أنبوب وذلك بدلالة الضواغط عند العقدة والعقد المجاورة لها الشكل التالي:

$$\sum_{i=1}^{N} \text{sgn}(H_i - H_j)\left(\frac{H_i - H_j}{K_{ij}}\right)^{\frac{1}{n}} - q_j = 0 \qquad (25\ \text{-}2)$$

فإذا كان H_j هي قيمة افتراضية الضاغط عند العقدة j ، و H_i قيم فرضية للضواغط عند العقد المجاورة للعقدة *j* (حيث $i = 1,2, ...,N$) ، فإنَّ مقدار التصحيح ΔH_j الواجب إدخاله على قيمة الضاغط عند العقدة j يعطى حسب طريقة نيوتن رافسون بالمعادلة التالية:

$$\Delta H_j = -\frac{F(H_j)}{F'(H_j)} \qquad (26\ \text{-}2)$$

حيث:

$$F'(H_j) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{n(K_{ij})^{\frac{1}{n}}} (H_i - H_j)^{\frac{1}{n}-1} \qquad (27\text{ -}2)$$

يتم الحل بهذا الطريقة عن طريق فرض قيم تقريبية للضواغط عند عقد الشبكة، ومن ثم يتم تصحيح هذه القيم الفرضية وحساب قيم جديدة أقرب إلى القيم النهائية. تكرر عملية التقريب المتتالي هذه حتى انعدام قيم مقدار التصحيح ΔH عند جميع عقد الشبكة ضمن شروط معقولة للدقة.

بالنسبة للشبكة المبينة في الشكل (2-7) تعطى معادلات تصحيح الضواغط بالعلاقات التالية:

عند العقدة 1 :

$$\Delta H_1 = -\frac{F(H_1)}{F'(H_1)}$$

حيث:

$$F_1 = -\left(\frac{H_1 - H_2}{K_1}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_4 - H_1}{K_4}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{170 - H_1}{K_7}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.03 = 0$$

$$\mathrm{F'(H_1)} = -\frac{1}{n(K_1)^{\frac{1}{n}}}(H_1 - H_2)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_4)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_1)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_7)^{\frac{1}{n}}}(170 - H_1)^{\frac{1}{n}-1}$$

عند العقدة 2 :

$$\Delta H_2 = -\frac{F(H_2)}{F'(H_2)}$$

حيث:

$$F_2 = \left(\frac{H_1 - H_2}{K_1}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_3 - H_2}{K_2}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_2 - H_5}{K_5}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.08 = 0$$

$$\mathrm{F'(H_2)} = -\frac{1}{n(K_1)^{\frac{1}{n}}}(H_1 - H_2)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_2)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_2)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_5)^{\frac{1}{n}}}(H_2 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

عند العقدة 3 :

$$\Delta H_3 = -\frac{F(H_3)}{F'(H_3)}$$

حيث:

$$F_3 = -\left(\frac{H_3 - H_2}{K_2}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_4 - H_3}{K_3}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_3 - H_5}{K_6}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.05 = 0$$

$$\mathrm{F}'(\mathrm{H}_3) = -\frac{1}{n(K_2)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_2)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_3)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_3)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_6)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

عند العقدة 4 :

$$\Delta H_4 = -\frac{F(H_4)}{F'(H_4)}$$

حيث:

$$F_4 = -\left(\frac{H_4 - H_3}{K_3}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_4 - H_1}{K_4}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{200 - H_4}{K_8}\right)^{\frac{1}{n}} = 0$$

$$\mathrm{F}'(\mathrm{H}_4) = -\frac{1}{n(K_3)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_3)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_4)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_1)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_8)^{\frac{1}{n}}}(200 - H_4)^{\frac{1}{n}-1}$$

عند العقدة 5 :

$$\Delta H_5 = -\frac{F(H_5)}{F'(H_5)}$$

حيث:

$$F_5 = \left(\frac{H_2 - H_5}{K_5}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_3 - H_5}{K_6}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.08 = 0$$

$$F'(H_5) = -\frac{1}{n(K_5)^{\frac{1}{n}}}(H_2 - H_5)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_6)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

وفي كل خطوة من خطوات التقريب المتتالي، تحسب قيم جديد للضواغط المفروضة عند العقد بناءً على التصحيحات الناتجة:

$$H_1' = H_1 + \Delta H_1$$
$$H_2' = H_2 + \Delta H_2$$
$$H_3' = H_3 + \Delta H_3$$
$$H_4' = H_4 + \Delta H_4$$
$$H_5' = H_5 + \Delta H_5$$

وتكون منطلقاً لحساب قيم جديدة للتصحيحات $\Delta H_1, \Delta H_2, \Delta H_3, \Delta H_4, \Delta H_5$. وتكرر العملية حتى انعدام قيم ΔH عند جميع العقد.

2- طريقة التعديل الجماعي للعقد:

في هذه الطريقة يتم تصحيح الضواغط في جميع عقد الشبكة بشكل آني وليس لكل عقدة على حدة كما هي الحال في طريقة التعديل الإفرادي للعقد.

بالنسبة للشبكة المبينة في الشكل (2-7)، إذا كانت H_1 و H_2 و H_3 و H_4 و H_5 هي قيم فرضية للضواغط عند عقد الشبكة، وإذا كان ΔH_1 هو التصحيح الواجب إدخاله على قيمة الضاغط المفروضة عند العقدة 1 ، و ΔH_2 هو التصحيح الواجب إدخاله على قيمة الضاغط المفروضة عند العقدة 2 ، و ΔH_3 هو التصحيح الواجب إدخاله على قيمة الضاغط المفروضة عند العقدة 3 ، و ΔH_4 هو التصحيح الواجب إدخاله على قيمة الضاغط المفروضة عند العقدة 4 ، و ΔH_5 هو التصحيح الواجب إدخاله على قيمة الضاغط المفروضة عند العقدة 5 ، فحسب نظرية نيوتن رافسون

يمكن الحصول على قيم التصحيحات $\Delta H(\Delta H_1, \Delta H_2, \Delta H_3, \Delta H_4, \Delta H_5)$ عن طريق حل جملة المعادلات التالية :

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_2} & \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_3} & \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_4} & \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_5} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta H_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta H_3} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta H_4} & \frac{\partial F_2}{\partial \Delta H_5} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_2} & \frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_3} & \frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_4} & \frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_5} \\ \frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_2} & \frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_3} & \frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_4} & \frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_5} \\ \frac{\partial F_5}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial F_5}{\partial \Delta H_2} & \frac{\partial F_5}{\partial \Delta H_3} & \frac{\partial F_5}{\partial \Delta H_4} & \frac{\partial F_5}{\partial \Delta H_5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \\ \Delta H_5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} F_1(H_i) \\ F_2(H_i) \\ F_3(H_i) \\ F_4(H_i) \\ F_5(H_i) \end{vmatrix} \quad (28\text{ -2})$$

أو:

$$D \times \Delta H = -F$$

حيث F مصفوفة التوابع، وتعطى عناصرها بالمعادلات التالية :

$$F_1 = -\left(\frac{H_1 - H_2}{K_1}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_4 - H_1}{K_4}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{170 - H_1}{K_7}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.03 = 0$$

$$F_2 = \left(\frac{H_1 - H_2}{K_1}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_3 - H_2}{K_2}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_2 - H_5}{K_5}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.08 = 0$$

$$F_3 = -\left(\frac{H_3 - H_2}{K_2}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_4 - H_3}{K_3}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_3 - H_5}{K_6}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.05 = 0$$

$$F_4 = -\left(\frac{H_4 - H_3}{K_3}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{H_4 - H_1}{K_4}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{200 - H_4}{K_8}\right)^{\frac{1}{n}} = 0$$

$$F_5 = \left(\frac{H_2 - H_5}{K_5}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{H_3 - H_5}{K_6}\right)^{\frac{1}{n}} - 0.08 = 0$$

وحيث D مصفوفة المشتقات وتعطى عناصرها بالمعادلات التالية :

$$\frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \Delta \mathrm{H}_1} = -\frac{1}{n(K_1)^{\frac{1}{n}}}(H_1 - H_2)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_4)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_1)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_7)^{\frac{1}{n}}}(170 - H_1)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \Delta \mathrm{H}_2} = +\frac{1}{n(K_1)^{\frac{1}{n}}}(H_1 - H_2)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \Delta \mathrm{H}_4} = \frac{1}{n(K_4)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_1)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \Delta \mathrm{H}_3} = \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \Delta \mathrm{H}_5} = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_2}{\partial \Delta \mathrm{H}_1} = \frac{1}{n(K_1)^{\frac{1}{n}}}(H_1 - H_2)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_2}{\partial \Delta \mathrm{H}_2} = -\frac{1}{n(K_1)^{\frac{1}{n}}}(H_1 - H_2)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_2)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_2)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_5)^{\frac{1}{n}}}(H_2 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_2}{\partial \Delta \mathrm{H}_3} = \frac{1}{n(K_2)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_2)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_2}{\partial \Delta \mathrm{H}_5} = \frac{1}{n(K_5)^{\frac{1}{n}}}(H_2 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_2}{\partial \Delta \mathrm{H}_4} = 0$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_1} = 0$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_2} = \frac{1}{n(K_2)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_2)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_3} = -\frac{1}{n(K_2)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_2)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_3)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_3)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_6)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_4} = \frac{1}{n(K_3)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_3)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_5} = \frac{1}{n(K_6)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_1} = \frac{1}{n(K_4)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_1)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_2} = \frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_5} = 0$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_3} = \frac{1}{n(K_3)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_3)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_4} = -\frac{1}{n(K_3)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_3)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_4)^{\frac{1}{n}}}(H_4 - H_1)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_8)^{\frac{1}{n}}}(200 - H_4)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial F_5}{\partial \Delta H_1} = \frac{\partial F_5}{\partial \Delta H_4} = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_5}{\partial \Delta \mathrm{H}_2} = \frac{1}{n(K_5)^{\frac{1}{n}}}(H_2 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_5}{\partial \Delta \mathrm{H}_3} = \frac{1}{n(K_6)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}_5}{\partial \Delta \mathrm{H}_5} = -\frac{1}{n(K_5)^{\frac{1}{n}}}(H_2 - H_5)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{n(K_6)^{\frac{1}{n}}}(H_3 - H_5)^{\frac{1}{n}-1}$$

يلاحـــظ أنّ مـــصفوفة المـــشتقات D هـــي مـــصفوفة متنـــاظرة أيـــضاً لأن : $\frac{\partial F_2}{\partial \Delta H_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_2}$ و $\frac{\partial F_3}{\partial \Delta H_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_3}$ وكـــذلك $\frac{\partial F_4}{\partial \Delta H_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_4}$ ، و $\frac{\partial F_5}{\partial \Delta H_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \Delta H_5}$ .... إلـــخ، وهـــذه مـــن المميـــزات الأساسية لطريقة التعديل الجماعي للمسارات.

يبدأ الحل بهذه الطريقة بفرض قيم تقريبية للضواغط عند العقد ومن ثمَّ حساب قيم التوابع ومشتقاتها المختلفة بدلالة الضواغط المفروضة وتنظيم المصفوفتين D و F.

إن حل جملة المعادلات الناتجة بإحدى طرق حل المصفوفات يعطي مقدار التصحيح الواجب إدخاله على التوزيع المبدئي للضواغط عند العقد، ويؤدي إلى الحصول على توزيع أفضل للضواغط أقرب إلى الصحة. تستخدم بعد ذلك قيم الضواغط الجديدة في حساب قيم جديدة للتوابع F ومشتقاتها D . نحصل بعد ذلك على قيم أفضل للضواغط عند العقد، ونكرر العملية حتى انعدام مصفوفة التصحيحات $\Delta \mathrm{H}(\Delta H_1, \Delta H_2, \Delta H_3, \Delta H_4, \Delta H_5)$ ضمن حدود معقولة للدقة.

تتميز طريقة "التعديل الجماعي للعقد" بتقاربها السريع مقارنة بطريقة "التعديل الإفرادي للعقد" وذلك بسبب أن تصحيح الضواغط في عقد الشبكة يتم في هذه الحالة بشكل آني لجميع عقد الشبكة وليس لكل عقدة على حدة. غير أن سيئتها الرئيسية تكمن في أنها غير مناسبة للحسابات اليدوية وإنما فقط للحسابات الآلية باستخدام الحاسوب.

الفصل الثالث

مبادئ الأمثلة

مقدمة:

تتميز معظم المسائل الهندسية بتعدد الحلول الممكنة لها، وفي مجال دراستنا في حل مسألة شبكات مياه الأنابيب، فإننا نستطيع استخدام أنابيب من مواد مختلفة وأقطار مختلفة ومخطط شبكة مختلف. وبالطبع فانه لكل حل من هذه الحلول كلفتة الخاصة، ويتمثل هدفنا في البحث عن الحل ذو الكلفة الدنيا.

الحل الذي يعطينا الكلفة الصغرى أو الفوائد العظمى يصطلح على تسميته بالحل الأمثلي. ومفهوم استخراج الحل الأمثلي يصطلح على تسميته الأمثلة (Optimization).

تتألف مسألة الأمثلة عادة من تابع الهدف الذي يكون أعظمياً أو أصغرياً حسب طبيعة المسألة، والشروط التي يجب أن يحققها تابع الهدف تسمى القيود. ويعبر عما سبق بشكل رياضي كالتالي:

تابع الهدف:

$$Z = f(X_1, X_2, \ldots, X_n) \qquad (1\text{-}3)$$

القيود:

$$\left.\begin{matrix} g_1(X_1, X_2, \ldots, X_n) \\ g_2(X_1, X_2, \ldots, X_n) \\ \vdots \\ g_3(X_1, X_2, \ldots, X_n) \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \le \\ = \\ \ge \end{matrix} \left\{\begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{matrix}\right. \qquad (2\text{-}3)$$

حيث إن التابع في المعادلة (3-1) يمثل تابع الهدف لمسألة أمثلة تحوي متغيرات قرار ($X_1, X_2, \ldots, X_n$). والمعادلة (3-2) تمثل مجموعة القيود والتي يتم تمثيلها كمساواة أو متراجحة.

إن بحوث العمليات تتعامل مع طيف واسع من مسائل الأمثلة وتقنيات الحل المتعلقة بها، ومن المهم للمهندس أن يملك معايير تساعده في اختيار تقنية حل مناسبة.

1.3 تصنيف مشكلة الأمثلة

تصنف مسألة الأمثلة حسب عدة طرق، سنعرض المفاهيم الأساسية لها فيما يلي :

1. وجود القيود: اعتماداً على وجود قيود أو غيابها، يتم تصنيف مسألة الأمثلة بـمسألة مقيدة أو غير مقيدة.

2. طبيعة تابع الهدف والقيود: عندما يكون تابع الهدف والقيود خطية (بالنسبة للمتغيرات المشكلة لها) تكون مسألة الأمثلة هي مسألة برمجة خطية ("Linear Programming "LP"). بينما إذا كان تابع الهدف أو أحد القيود تابع غير خطي تصبح المسألة مسألة برمجة غير خطية ("Nonlinear Programming"NLP"). وتعتبر البرمجة غير الخطية هي مسألة برمجة عامة ويمكن اعتبار بقية المسائل حالات خاصة منها.

3. القيم المسموحة (المتاحة) لمتغيرات القرار : عندما تكون بعض أو كل متغيرات القرار مقيدة بقيم عددية صحيحة، عندها تصبح مسألة الأمثلة بالبرمجة ذات المتغيرات الصحيحة (Integer Programming)، ومن جهة أخرى إذا كانت قيم متغيرات القرار يمكن أن تأخذ قيماً عددية حقيقية، عندئذ تصبح مسألة الأمثلة مسألة برمجة بالمتغيرات الحقيقية (Real-value Programming).

4. طبيعة المتحولات: عندما تكون المتحولات لهما تأخذ قيماً من مجموعة محددة من النتائج، فمسألة الأمثلة حينها هي مسألة برمجة محددة ومعروفة النتائج، ولكن إذا كانت بعض أو كل المتحولات احتمالية فالمسألة تسمى مسألة برمجة احتمالية.

2.3 طرق الأمثلة:

كما ذكر سابقاً فإن الهدف من عملية الأمثلة هي إيجاد الحل الأمثل لأنظمة معقدة بواسطة الحسابات والنماذج الرياضية. الأمثلة في نظام يتم تعريفها بمعيار محدد ويعبر عنها للنظام بأكمله بواسطة تابع الهدف ويتم عادة تمثيل النظام بمجموعة من المعادلات والتي تشكل قيود المسألة، وتكون حينها المسألة الرياضية هي مسألة الحصول على القيمة العظمى أو الدنيا لتابع الهدف، مع أخذ القيود بعين الاعتبار. إن نوع التابع الرياضي المستخدم في نموذج الأمثلة يصنف نوع النموذج ويحدد خطوات الحل المناسبة لمسألة الأمثلة المحددة.

اعتماداً على ما سبق نجد أن هناك طرق كثيرة للأمثلة مثل:

- طرق الأمثلة الكلاسيكية
- طرق الأمثلة الخطية
- طرق الأمثلة الغير خطية
- البرمجة الديناميكية
- البرمجة الجيومترية
- طرق البحث الاحتمالية
- البرمجة الغرضية

سيتم فيما يلي استعراض الطرق الملائمة لطبيعة المتطلبات لحل شبكات أنابيب المياه والتي سيتم استخدامها في هذا البحث.

3.3 البرمجة الخطية (LP)

يكون تابع الهدف في هذه المسألة والقيود خطية، والقيود فيمكن أن تكون متراجحات أو معادلات.

الصيغة العامة لمسألة البرمجة الخطية:

تابع الهدف:

$$MinZ = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \ldots + c_n X_n \qquad (3-3)$$

القيود:

$$\begin{aligned} a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \ldots + a_{1n} X_n &= b_1 \\ a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \ldots + a_{2n} X_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \ldots + a_{mn} X_n &= b_m \end{aligned} \qquad (4-3)$$

قيود عدم السلبية

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \ldots, X_n \geq 0 \qquad (5\text{-}3)$$

حيث:

$(a_{11},a_{12},\ldots\ldots a_m)$،$(b_1,b_2,\ldots\ldots\ldots b_n)$ ،$(c_1,c_2,\ldots\ldots\ldots,c_n)$

هي ثوابت معروفة قيمتها

$(X_1,X_2,\ldots\ldots\ldots X_n)$ هي متغيرات القرار.

يمكن أن يعبر عن الصيغة النموذجية لمسألة البرمجة الخطية بالشكل التالي:

تابع الهدف:

$$MinZ = \sum_{i=1}^{n} c_i Xi \qquad (6\text{-}3)$$

القيود:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} X_i = b \qquad j = 1, \ldots, m \qquad (7\text{-}3)$$

قيود عدم السلبية:

$$Xi \geq 0 \qquad i = 1, \ldots, n \qquad (8\text{-}3)$$

في أي مسألة برمجة خطية يمكن أن نكتب الصيغة النموذجية التالية:

- إذا كانت المسألة هي إيجاد أعظم قيمة لتابع الهدف (Maximization)، فيعبر عن تابع الهدف كالتالي:

$$MaxZ = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \ldots + c_n X_n$$

أما إذا كانت مسألة إيجاد أقل قيمة لتابع الهدف (Minimization)، فيتم ضرب تابع الهدف ب(-) للتحويل من مسألة تكبير إلى تصغير.

$$Min - Z = -c_1 X_1 - c_2 X_2 - \ldots - c_n X_n$$

1.3.3 الحل البياني للبرامج ذات المتحولين

لتسهيل فهم مسألة البرمجة الخطية فإننا سنستخدم طريقة الحل البياني من خلال المثال التالي ("بحوث العمليات" معلا ونايفة وآخرون 1998) حيث نريد أن نجعل قيمة تابع الهدف التالي أصغرية:

$$MinZ = 40X_1 + 36X_2$$

مع مراعاة القيود التالية:

$$X_1 \leq 8$$

$$X_2 \leq 10$$

$$5X_1 + 3X_2 \geq 45$$

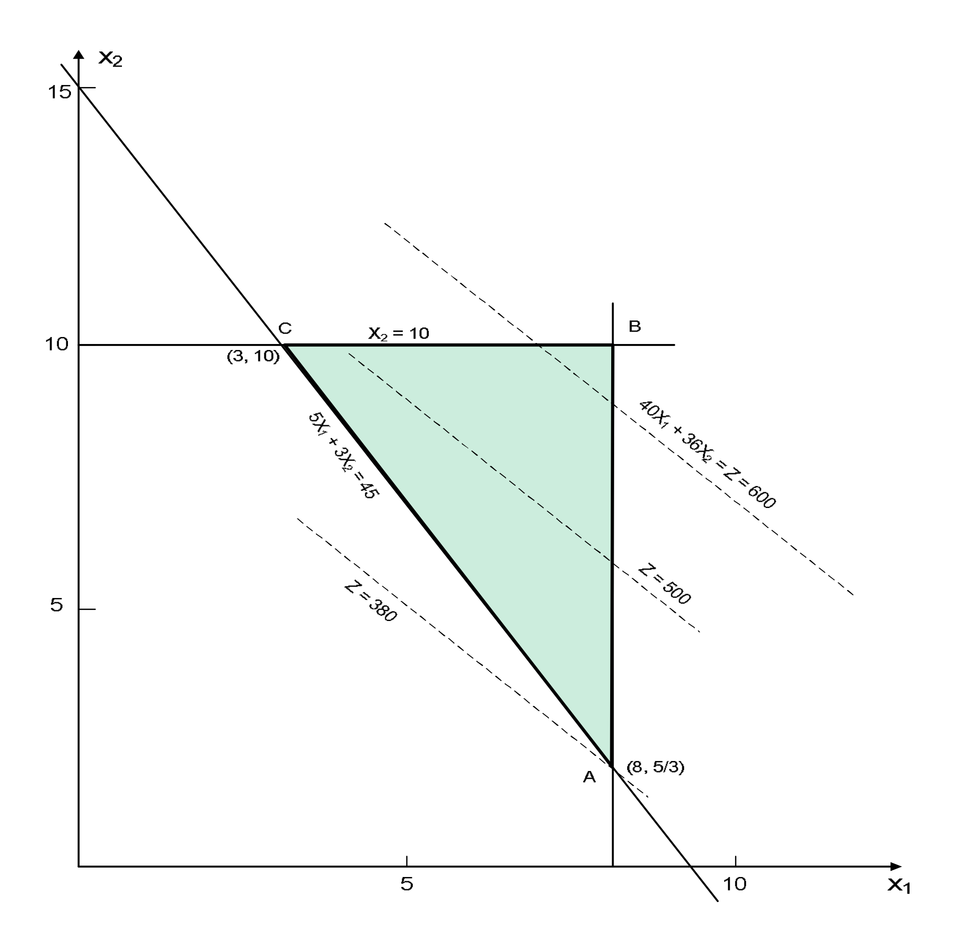
$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

نهتم في هذه المسألة بتعيين قيم المتحولين X_1,X_2 التي تحقق جميع القيود وتجعل قيمة تابع الهدف أصغرياً. إن قيود اللاسلبية تعني أن منطقة الحلول تقع في الربع الأول من المحورين (X_1,X_2) إلى اليمين (أي عندما تكون قيمهما موجبة).

ليتم رسم خطوط بقية القيود بتحديد نقاط مناسبة، مثلا لرسم القيد $5X_1 + 3X_2 \geq 45$ بأخذ نقطتين مناسبتين ($X_2=15,X_1=0$) و ($X_2=0,X_1=9$).

وعلى نحو مماثل يرسم القيدان $X_2 \leq 10$ و $X_1 \leq 8$ على الشكل، فنحصل على مضلع يمثل منطقة الحلول النافذة وهنا نلاحظ أن الشكل الناتج هو المثلث (ABC) وبداخله عدد لانهائي من الحلول التي تجعل قيمة تابع الهدف أقل ما يمكن.

لتمثيل تابع الهدف على الرسم يجب إعطاء قيمة معينة لـ Z فنحصل على خط مستقيم، وبتغيير قيمة Z نحصل على مستقيم أخر مواز للمستقيم السابقة لنبدأ بقيمة Z=600 وبتحريك الخط نحو المبدأ تتناقص قيمة Z مع الحفاظ على نقطة واحدة على الأقل من منطقة الحلول، من الشكل يتضح أن هذه النقطة التي تعطي أقل قيمة لتابع الهدف هي A ($X_2=5/3,X_1=8$) حيث يكون قيمة تابع الهدف عندها=380 وهي القيمة المثلى للبرنامج الخطي.

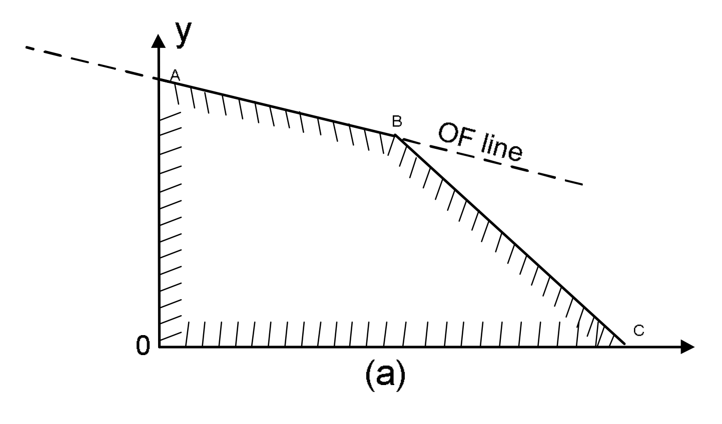


الشكل(3−1) الحل البياني لمسألة البرمجة الخطية بمتحولين

في مسألة البرمجة الخطية يمكن أن نجد إحدى الحالات التالية:

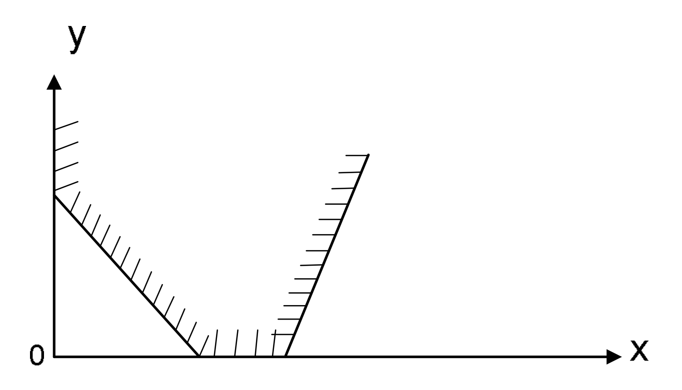
1. حل أمثلي منتهي فريد من نوعه كما في المثال السابق.

2. عدد غير منتهي من الحلول الأمثلية إذا كان خط تابع الهدف (OF) مواز لأحد القيود الفعالة كما في الشكل (3-2)، حيث تعطي أي نقطة من المستقيم *OF* حلاً أمثلياً.



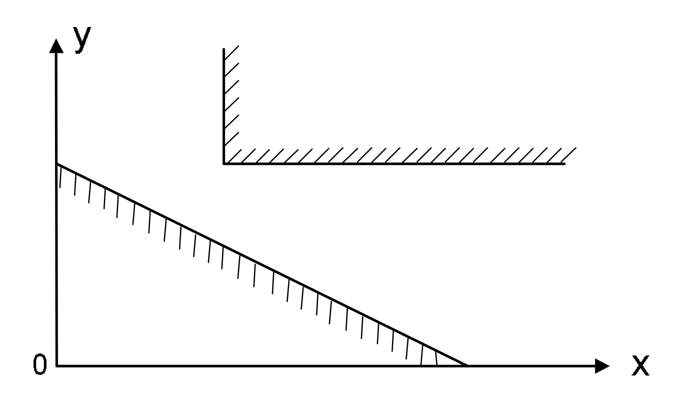
الشكل(3−2) عدد غير منتهي من الحلول الأمثلية

3. منطقة حلول غير محددة، كما هو مبين في الشكل (3-3).



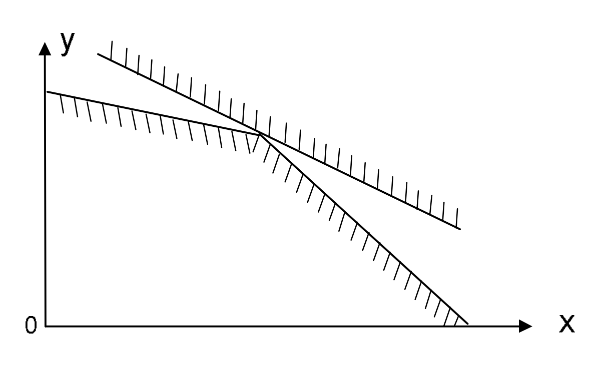
الشكل (3−3) منطقة حلول غير محددة

4. لا توجد منطقة حلول كما هو مبين في الشكل (3-4)



الشكل (3−4) لا توجد منطقة حلول

5. نقطة وحيدة استثنائية للحل كما هو مبين في الشكل (3-5).



الشكل (3−5) نقطة وحيدة استثنائية للحل

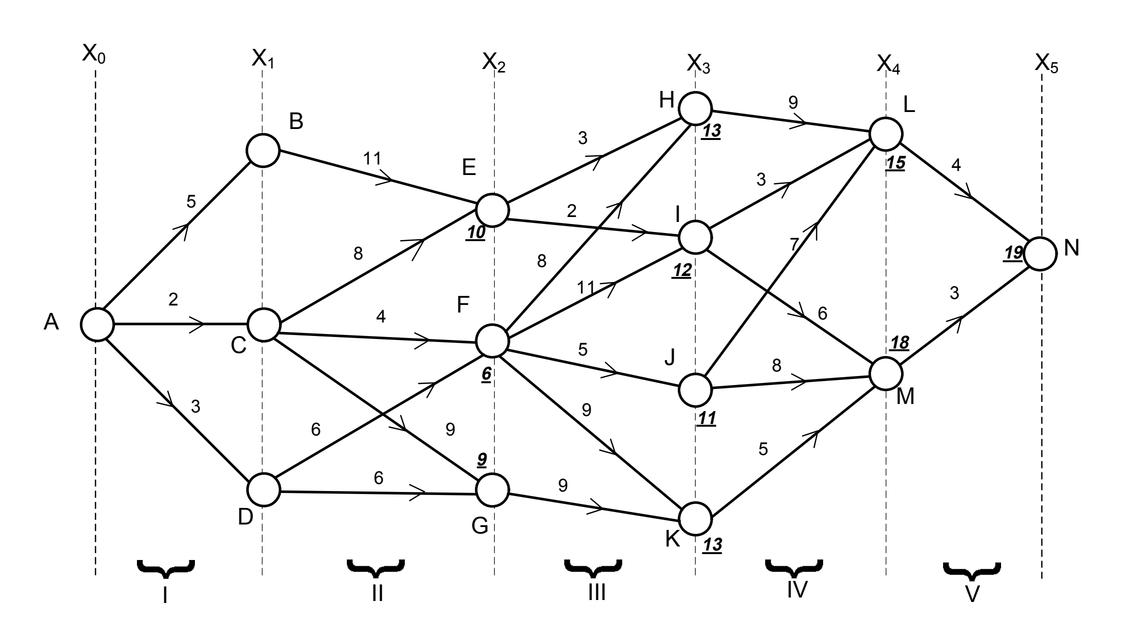
إذا كان عدد المتغيرات اكثر من اثنين فلا يمكن استخدام طريقة التمثيل البياني ولحلها يتم استخدام طريقة السمبليكس.

- بالنسبة للقيود إذا كانت متراجحات وليست معادلات يتم تحويلها إلى معادلات بإضافة متغير وهمي للقيد ذو الإشارة "=>"، أو بطرح متغير وهمي للقيد ذي الإشارة " <=".

4.3 البرمجة الديناميكة:

هي تقنية أمثلة طورت من قبل ريتشارد بيلمان في أوائل الخمسينات من القرن الماضي. البرمجة الديناميكية تفرق مسألة قرار متعدد المراحل إلى سلسلة متعاقبة من مسائل اتخاذ القرار، أي مسألة تحوي n متغير تعرض أو تمثل كتعاقب لـ n مسألة ذات متغير واحد والتي يتم حلها عادة بنجاح.

ولتوضيح هذه الطريقة سيتم استعراض المثال التالي (كولو 2003):



الشكل (3-6) خيارات بناء أوتوستراد بين مدينتين

لنفرض أنه ينبغي بناء أوتستراد بين مدينتين رئيسيتين : المدينة (A)والمدينة (N) (انظر إلى الشكل (3-6) وسيمر هذا الأوتوستراد على مقربة من عدة مدن صغيرة أخرى وسيتكون بالحقيقة من خمس وصلات رئيسية .

وقد أعدت لكل وصلة من الوصلات دراسات للتكلفة التقديرية المترتبة عن إمرار هذه الوصلة بالقرب من هذه المدينة الصغيرة أو تلك المنافسة لها . يدخل ضمن هذه التكاليف نفقات شق وتعبيد الطرق والجسور والمعابر الهندسية الضرورية وامتلاك الأراضي والنفقات الاجتماعية الناجمة عن تغير الطبيعة المنطقة وغيرها من العوامل .

والمطلوب هو إيجاد المسار الذي يحقق وصل المدينة (A) بالمدينة (N) بأقل تكلفة ممكنة .

لنرمز بـ (X_0)،(X_1)،(X_2)، (X_3)،(X_4)،(X_5) إلى متغير القرارات المتعلقة بكل مرحلة. أن هذه المتغيرات هي من نوع خاص فهي لا تأخذ قيما رقمية ولكن تمثل وضعيات مختلفة يمكن أن نقرر اتخاذها وهي تشير بالحقيقة إلى القيم الموجودة على نفس النسق في المخطط الشبكي المرسوم أعلاه . وهكذا فان (X_2) يمكن أن تأخذ إحدى القيم التالية: (E)،(F)، (G).

يمكن فيما يلي تعداد القيم (الوضعيات أو القيم) التي يمكن أن يأخذها كل متغير من متغيرات القرارات:

X_0 : (A)

X_1 : (B)، (C)، (D).

X_2 : (E)، (F)، (G).

X_3 : (H)، (I)، (J)،(K).

X_4 : (L)، (M).

X_5 : (N).

من جهة أخرى لنرمز ب $V_I\ (X_0,X_1)$ إلى تكلفة المرحلة (I) . بالطبع فان هذه التكلفة لها علاقة ب (القيم) التي يمكن أن يأخذها المتغيران (X_0) و (X_1) نلاحظ هذا المثال أن (X_0) لا يأخذ سوى القيمة (A)، ولكن كان من الممكن في أمثلة أخرى أخذ أكثر من قيمة واحدة لو كانت نقطة انطلاق الأوتوستراد مجالا للخيار .وبأسلوب مشابه سنرمز $V_{II}\ (X_1,X_2)$ إلى تكلفة المرحلة (II) إن هذه التكلفة لها علاقة ب (X_1) و(X_2) . وبنفس الطريقة يمكن تحديد مفهوم الرموز $V_{III}\ (X_2,X_3)$ و$V_{IV}\ (X_3,X_4)$ وأخيرا $V_V\ (X_4,X_5)$ عندئذ فان التكلفة الإجمالية لأوتوستراد ستكون:

$$F(X_0,X_1,X_2,X_3,X_4,X_5)=V_I(X_0,X_1)+V_{II}(X_1,X_2)+V_{III}(X_2,X_3)+V_{IV}(X_3,X_4)+V_V(X_4,X_5) \quad (9\text{-}3)$$

لنبحث الآن عن التكلفة الدنيا للمحلة I وذلك بالنسبة إلى كل من النهايات (B) أو(C) أو(D) من هذه المرحلة. ولكن نلاحظ أن ليس لدينا الخيار. إذا رمزنا ب $f_I(X_1)$ إلى التكلفة الدنيا هذه فنحصل على:

$$f_1(B) = V_I(A,B) = 5$$
$$f_1(C) = V_I(A,C) = 2$$
$$f_1(D) = V_I(A,D) = 3$$

لنرمز الآن بـ $f_{I,II}(X_2)$ إلى التكلفة الدنيا العائدة للمرحلتين (I) و(II) مجتمعتين وذلك بالنسبة إلى مختلف القيم التي يأخذها المتغير X_2 فنحصل على:

$$\begin{aligned} f_{I,II}(E) &= \underbrace{Min}_{X_1=B,C,D}\left[f_I(X_1)+V_{II}(X_1,E)\right] \\ f_{I,II}(F) &= \underbrace{Min}_{X_1=B,C,D}\left[f_I(X_1)+V_{II}(X_1,F)\right] \\ f_{I,II}(G) &= \underbrace{Min}_{X_1=B,C,D}\left[f_I(X_1)+V_{II}(X_1,G)\right] \end{aligned} \quad (10\text{-}3)$$

إن مجمل هذه المساواة تنتج من تطبيق نظرية بلوغ الأمثل لان كل طريق مثالي يبدأ من (A) وينتهي في (E) أو في (F) أو في (G) يجب أن يتكون من مراحل (وصلات طريق) تكون تكلفتها دنيا.

إذا اعتبرنا الشكل(3-6) وأعطينا للمتغير (X_1) بالتتالي القيم التالية لـ: (B)، (D)، (C) فإننا نحصل بالتعويض في مجموعة العلاقات (II) على ما يلي :

$$f_{I,II}(E) = Min\left[\underbrace{5+11}_{X_1=B}, \underbrace{2+8}_{X_1=C}, \underbrace{3+\infty}_{X_1=D}\right] = 10$$

$$f_{I,II}(F) = Min\left[\underbrace{5+\infty}_{X_1=B}, \underbrace{2+4}_{X_1=C}, \underbrace{3+6}_{X_1=D}\right] = 6$$

$$f_{I,II}(G) = Min\left[\underbrace{5+\infty}_{X_1=B}, \underbrace{2+9}_{X_1=C}, \underbrace{3+6}_{X_1=D}\right] = 9$$

وهكذا بالنسبة إلى المرحلتين (I) و(II) مجتمعتين فان الطريق الأقل تكلفة سيكون:

ACE إذا توقفنا في (E): حيث تكون التكلفة = 10

ACF إذا توقفنا في (F): حيث تكون التكلفة = 6

ADG إذا توقفنا في (G): حيث تكون التكلفة = 9

لنرمز الآن بـ $f_{I,III}(X_3)$ إلى التكلفة الدنيا بالنسبة إلى المراحل (I)، (II)، (III) مجتمعة وذلك بالنسبة إلى مختلف (القيم) التي يأخذها المتغير (X_3) فنحصل على :

$$f_{I,II,III}(H)=\underbrace{Min}_{X_2=E,F,G}\left[f_{I,II}(X_2)+V_{III}(X_2,H)\right]$$
$$f_{I,II,III}(I)=\underbrace{Min}_{X_2=E,F,G}\left[f_{I,II}(X_2)+V_{III}(X_2,I)\right]$$
$$f_{I,II,III}(J)=\underbrace{Min}_{X_2=E,F,G}\left[f_{I,II}(X_2)+V_{III}(X_2,J)\right] \quad (11\text{-}3)$$
$$f_{I,II,III}(K)=\underbrace{Min}_{X_2=E,F,G}\left[f_{I,II}(X_2)+V_{III}(X_2,K)\right]$$

إن مجمل هذه المساواة ينتج كذلك من تطبيق نظرية بلوغ الأمثل ذلك أن كل طريق أمثل بدأ من (A) إلى (H) أوالى (I) أوالى (J) أو إلى (K) يجب أن يكون مشكلا من طرق فرعية بدأ من (A) إلى (E) أو من (A) إلى (F) أ، من (A) إلى (ل) هذه الطرق التي تكون تكلفتها دنيا.

إذا اعتبرنا الشكل(3-6) وبالتعويض في مجموعة العلاقات (III)، نحصل على ما يلي :

$$f_{I,II,III}(H)=Min\left[\underbrace{10+3}_{X_2=E},\underbrace{6+8}_{X_2=F},\underbrace{9+\infty}_{X_2=G}\right]=13$$

$$f_{I,II,III}(I)=Min\left[\underbrace{10+2}_{X_2=E},\underbrace{6+11}_{X_2=F},\underbrace{9+\infty}_{X_2=G}\right]=12$$

$$f_{I,II,III}(J)=Min\left[\underbrace{10+\infty}_{X_2=E},\underbrace{6+5}_{X_2=F},\underbrace{9+\infty}_{X_2=G}\right]=11$$

$$f_{I,II,III}(K)=Min\left[\underbrace{10+\infty}_{X_2=E},\underbrace{6+9}_{X_2=F},\underbrace{9+4}_{X_2=G}\right]=13$$

وهكذا بالنسبة إلى المراحل الثلاث (I)، (II)، (III) مجتمعة فإن الطريق الأقل تكلفة سيكون:

ACEG إذا توقفنا في (H): حيث تكون التكلفة = 13

ACEI إذا توقفنا في (I): حيث تكون التكلفة = 12

ACFJ إذا توقفنا في (J): حيث تكون التكلفة = 11

ADGK إذا توقفنا في (K): حيث تكون التكلفة = 13

لنتابع الحل مستخدمين رموزا مشابهة لما سبق:

$$f_{I,II,III,IV}(L)=\underbrace{Min}_{X=H,I,J,K}\left[f_{I,II,III}(X_3)+V_{IV}(X_3,L)\right] \quad (12\text{-}3)$$
$$f_{I,II,III,IV}(M)=\underbrace{Min}_{X=H,I,J,K}\left[f_{I,II,III,}(X_3)+V_{IV}(X_3,M)\right]$$

وبالتعويض نحصل على:

$$f_{I,II,III,IV}(L) = Min\left[\underbrace{13+9}_{X_3=H},\underbrace{12+3}_{X_3=I},\underbrace{11+7}_{X_3=J},\underbrace{9+\infty}_{X_3=K}\right] = 15$$

$$f_{I,II,III,IV}(M) = Min\left[\underbrace{13+\infty}_{X_3=H},\underbrace{12+3}_{X_3=I},\underbrace{11+8}_{X_3=J},\underbrace{13+5}_{X_3=K}\right] = 18$$

وهكذا بالنسبة للمراحل الأربع (I)، (II)، (III)، (VI) مجتمعة فان الطريق الأقل تكلفة سيكون:

ACEIL إذا توقفنا في (L): حيث تكون التكلفة =15

ACEIM أو (ADGKM) إذا توقفنا في (I): حيث تكون التكلفة = 18

وأخيراً إذا رمزنا ب (f) إلى القيمة الدنيا التي سيأخذها التابع $f\ (X_0,X_1,X_2,X_3,X_4,X_5)$ نحصل على:

$$f = \underbrace{Min}_{X_4=L,M}\left[f_{I,II,III,IV}(X_4) + V_V(X_4,N)\right] \qquad (13\text{-}3)$$

وبالتعويض نحصل على:

$$f = Min\left[\underbrace{15+4}_{X_4=L},\underbrace{18+3}_{X_4=M}\right] = 19$$

وهكذا نجد أن الطريق الذي يسمح بتحقيق أدنى تكلفة ممكنة مكون من المسار ACEILN. ولن يكلف هذا الأوتوستراد سوى \19\ وحدة (يمكن اعتبار الوحدة مساوية مثلا إلى المليون ليرة سورية)

تجدر الإشارة إلى أننا حصلنا على بلوغ الأمثل انطلاقاً من نقطة البداية (A) وباتجاه نقطة النهاية (N). ولكن يمكن بلوغ الحل الأمثل بإتباع الاتجاه المعاكس أي بدأ من نقطة النهاية (N)حتى نصل إلى نقطة البداية (A).

5.3 الخوارزميات الجينية:

الخوارزميات الجينية هي تقنية بحث تم تطويرها من قبل Holand عام 1975. تزود الخوارزميات الجينية نظرية أمثلة احتمالية من أجل البحث في فضاء المسألة عن حل. أي تستخدم الخوارزميات الجينية قواعد التحول الاحتمالية أكثر من استخدام القواعد الثابتة (معروفة النتائج أو

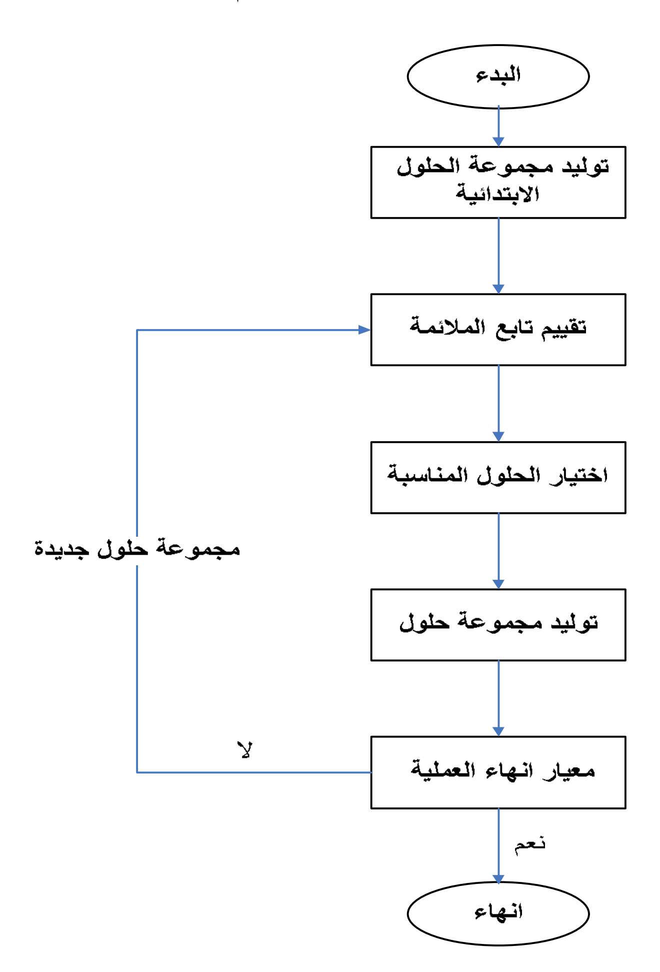
متوقعة). طريقة عملها تبدأ بمجموعة من الحلول الممكنة للمسألة المدروسة يتم اختيارها بشكل احتمالي، ثم إجراء ما يسمى التزاوج والطفرة لتوليد حلول جديدة ليتم بعدها التخلص من الحلول أو الاحتفاظ بها حسب ملاءمتها.

أصبح لهذه الطريقة شهرة لدى المحللين والمهندسين وذلك لقدرتها على تعريف الحلول الجيدة لمسائل معقدة يصعب التعامل معها. وبالمقارنة مع الطرق التقليدية فإن الخوارزميات الجينية أكثر ملاءمة للنماذج التي لها خصائص التالية:

- الخوارزميات الجينية تستخدم تابع هدف معلوماتي فقط، ولا تعتمد على وجود واستمرار المشتقات لتابع الهدف أو القيود مثل طرق الأمثلة التقليدية.
- تستطيع التعامل مع متغيرات التصميم المنفصلة مثل قياسات الأنابيب (الأقطار) (ليس من الضروري تدوير الأقطار لإيجاد الحل النهائي)

ميزات الخوارزمية الجينية:

الشكل التالي يظهر خطوات لحل مسألة أمثلة باستخدام خوارزمية جينية بسيطة.



الشكل (3-7) خوارزمية الحل للخوارزميات الجينية

يتم ترميز المتحولات للتابع الذي ستتم أمثلته كالجينات في الكروموزوم. هذا الكروموزوم يمثل ترميز لمتغيرات المسألة. يوجد الكثير من الخيارات الممكنة للحلول وهي تعتبر المفتاح لنجاح أو فشل خوارزمية معينة.

لننظر إلى مجموعة الكروموزومات من أفراد مجموعة الحلول (المبينة في الشكل 2). حيث يعتمد التمثيل في الشكل (3-8) نظام الترميز الثنائي؛ وفيه قيم البتات تأخذ إما 1 أو 0 ؛. من خلال تمثيل للمسألة، يمكن تطبيق الخوارزمية الجينية.

الكروموزوم الأول:

1	1	0	......	0

الكروموزوم الثاني:

0	1	1	......	0

الكروموزوم الثالث:

1	1	1	......	0

....

الكروموزوم ن

1	1	1	......	1

الشكل (3−8) ترميز الكروموزومات

الخطوات العامة للخوارزميات:

1. إنشاء مجموعة أولية عشوائية من الحلول: مجموعة أولية من الحلول الممكنة يتم توليدها عن طريق اختيار عشوائي.

2. تقييم الملاءمة للحل: قيمة ملاءمة يتم تعيينها لكل حل اعتمادا على مدى قربه من حل المشكلة، هذه الحلول يجب ألا يتم الخلط بينها وبين الأجوبة للمسألة، حيث يجب النظر إليها " الحلول" كخصائص يوظفها النظام ليصل للأجوبة.

3. الإنتاج : الحلول (الكروموزومات) التي تملك قيم ملاءمة أعلى هي الأكثر احتمالا للاستمرار في الحل من خلال انتقال خصائصها إلى جيل آخر من الحلول . الجيل الجديد من الحلول هو منتج من مجموعة الحلول السابقة يتألف هذا الحل من مجموعة متراكبة من خصائص للحلول

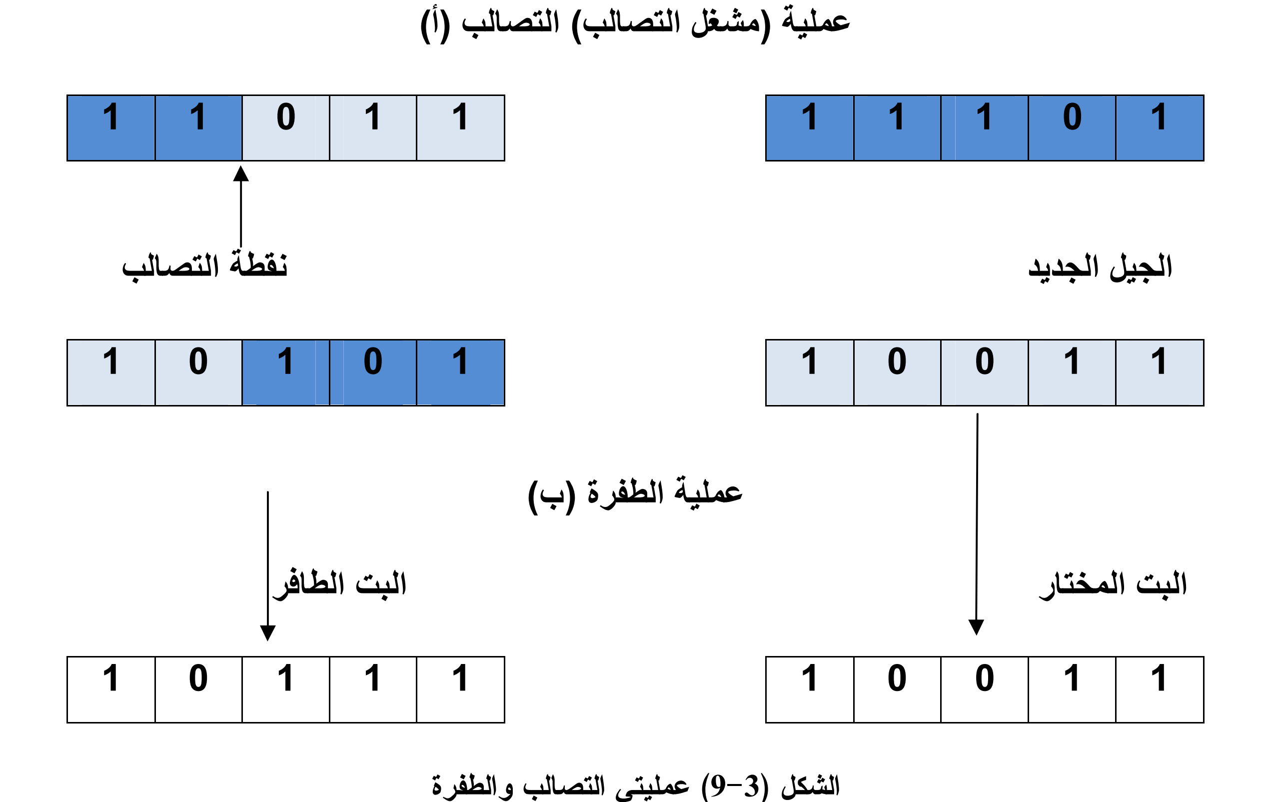
السابقة، عملية إنتاج جيل جديد من الحلول من خلال مجموعة محددة من الحلول الممكنة تعرف بعملية التصالب. ويمكن أيضاً تغيير بعض خصائص الحلول في الجيل الجديد بشكل محدد لضمان الحصول على طيف واسع من الحلول هذه العملية تسمى الطفرة.

4. الجيل التالي: في حال احتوى الجيل الجديد على مخرجات قريبة بشكل كافي أو مساوية للجواب المطلوب تصل عندئذ إلى حل المسألة. أما إذا لم تتحقق الحالة السابقة فإن جيل جديد سوف يمر بنفس المراحل السابقة التي مر بها الآباء. ويستمر تكرار عملية التصالب حتى الوصول للحل المطلوب.

نوضح في الخطوات التالية تفصيل العمليات التي تم ذكرها أعلاه:

3.5.1 التصالب (العبور):

إن أفضل صيغة للتصالب هي نقطة التصالب الوحيدة، والتي تعمل عن طريق اختيار مقاطع من كروموزوم أحد الوالدين لوضعها (تضمينها) في الولد ثم ملئ الأجزاء الباقية للولد من كروموزوم الوالد الأخر. انطلاقا من اختيار موقع تصالب بشكل عشوائي في الوالدين، يتم العبور بتبادل قطع من الكروموزومات حول هذه النقطة. يظهر (الشكل 3 أ) مثالين لكروموزمين ونقطة تصالب بين الموقعين 10 و11 حولهما يتم تبديل الجينات.



الشكل (3-9) عمليتي التصالب والطفرة

2.5.3 **الطفرة**:

الطفرة هي عملية يتم من خلالها تغيير قيمة البت في الكروموزوم بشكل عشوائي، والتي يتم تطبيقها باحتمال قليل. احتمالية الطفرة يجب اختيارها بحذر. إذا كانت عالية جدا عندها ستتوقف الخوارزمية (تصبح خياراتها قليلة الاختلاف)، وسيتم غالباً تعطيل مادة الجين الجيد، أما إذا كانت منخفضة جداً عندها ستنتهي الخوارزمية إلى حل ضعيف لا يحتوي على مادة جينية كافية لتوليد مجموعة الحلول.

الفصل الرابع

تطبيق البرمجة الخطية في تصميم شبكات المياه

مقدمة:

تعد البرمجة الخطية إحدى طرق الأمثلة وإحدى أهم فروع بحوث العمليات نظراً لاتساع مجالات تطبيقها وسهولتها، مما يؤثر إيجاباً على انتشارها الواسع حيث تحتل المرتبة الثالثة من ناحية عدد استخدامها في المؤسسات الكبيرة كإحدى طرق بحوث العمليات اعتمادا على الدراسة التي أجراها توربان 1972 (كولو 2006).

وعن طريقها سيتم إيجاد الحل الأمثل للنظام والذي يمثل هنا شبكة أنابيب المياه والتي تقوم بإيصال كمية المياه المطلوبة (الاستهلاك) المحددة مسبقا وبالضغط الكافي من المصدر إلى الزبائن. ويمكن للشبكة أن تعمل بالإسالة أو أن تحوي مضخات، إضافة إلى صمامات وملحقات أخرى ويقتصر البحث على دراسة الشبكات التي تعمل بالإسالة مع إمكانية توسيع هذا البحث لاحقاً ليشمل الأنماط الأخرى من الشبكات.

إن تابع الكلفة (المطلوب إيجاد قيمته الصغرى في هذه الحالة) يعكس كلفة كل ما سبق ذكره من مكونات الشبكة من أنابيب وخزانات ومضخات وكلفة تشغيلها، وصمامات وغيرها، ككلفة رئيسية بالإضافة إلى كلفة التشغيل.

المتغيرات والمتحولات تكون أقطار الأنابيب واستطاعة المضخات وارتفاعات الخزانات. والقيود ستمثل وصول كمية المياه المطلوبة للمستهلكين بالضغط الكافي أي دون نزوله عن الحد الأدنى المحدد مسبقاً.

بالنظر إلى شبكة توزيع المياه، نجد أن الأنابيب هي العناصر الرئيسية المؤثرة في كلفة الشبكة حيث أنها الأكثر عددا وتمثل أكبر مكونات الشبكة. لذلك سنعتمد في صياغة تابع الهدف على كلفة الأنابيب والتي تتنوع بتنوع أقطارها وأطوالها. و ستكون المتغيرات هي أقطار الأنابيب، والمطلوب هو إيجاد قيم هذه المتغيرات أي أقطار الأنابيب التي تجعل كلفة الشبكة أقل ما يمكن.

لكن تابع الهدف في هذه الحالة ليس تابع خطي

$$MinC = \sum_{j=1}^{IDIA} K_1 L_j D_j^{\,n} \qquad (1\text{-}4)$$

حيث: D_j L_j, هما طول وقطر الأنبوب رقم j

K_1,n ثوابت تعتمد على شروط محلية

وبالتالي لا يمكن حله باستخدام البرمجة الخطية لذلك سيتم تحويله إلى تابع خطي باعتبار متغيرات القرار هي الطول من كل قطر من مجموعة الأقطار المرشحة في كل خط واصل بين عقدتين. يمكن تطبيق طريقة البرمجة الخطية على نوعي شبكات توزيع المياه وهي الشبكات الشجرية والشبكات الحلقية، مع مراعاة الخصوصية لكل نوع.

وحيث أن علاقات الهيدروليك الأساسية والقيود متشابهة في كلا النوعين، لكن الاختلاف الرئيسي هو فقط بإضافة قيد إضافي للشبكات الحلقية والذي ينص على: إن مجموع الفواقد في الحلقة يساوي الصفر.

وفقا لما سبق فإن الصيغة الأساسية (صيغ المعادلات الأساسية والمبادئ الأساسية) هي نفسها في كلا النوعين. النظرية (المقاربة) التي نتعامل بها في الشبكة الحلقية هي مجرد امتداد للنظرية المستخدمة في الشبكة الشجرية على الرغم من أن نتائج الأمثلة في كلتا الشبكتين ستكون مختلفة.

لقد تم التعرف على المبادئ النظرية لصياغة مسائل البرمجة الخطية في الفصل الثالث وسيتم فيما يلي استعراض كيفية تطبيقها على الشبكات الشجرية والحلقية.

1.4 البرمجة الخطية في الشبكات الشجرية:

تطبق طريقة البرمجة الخطية بسهولة على الشبكات الشجرية ذات المصدر الوحيد للتغذية، حيث تكون الغزارة معلومة في جميع الأنابيب كما وجدنا في الفقرة(2-4-1-1). ولكن بما أن العلاقة بين الغزارة والفواقد والقطر والكلفة هي علاقة غير خطية، فإن طريقة الحل التي تساعد في جعل المسألة خطية ستكون على الشكل التالي:

- لكل خط واصل بين عقدتين يوجد عدد من الأقطار المختارة مسبقا (أقطار تجارية)، وطول كل أنبوب من قطر معين سيتم التعامل معه على انه المتغير.
- تكون بالتالي الفواقد وكلفة الأنابيب تابعة خطيا لطول القطر المختار.
- مجموع أطوال الأنابيب للأقطار المختارة لكل خط اتصال يساوي طول الخط الواصل بين العقدتين.

أية قيود أخرى خطية سيتم التعامل معها في التحليل. كما ويجب التأكد من تحقق شروط الضغط في نقاط معينة.

يهدف النموذج المقترح إلى الحصول على التصميم الاقتصادي لشبكة الأنابيب (الموافق للكلفة الدنيا)، وبحيث تبقى معايير التصميم الهيدروليكي بالطبع محققة.

القيد الأساسي والذي سيعبر عنه رياضيا هو الضغط الأصغري والذي ينص أن الضغط يجب ألا يقل عن الضغط اللازم للخدمة في أية عقدة. السرعة والضغط الأعظمي لن يتم اعتمادها كقيود مستقلة في نموذج الحل ولكن سيتم الاستعاضة عن ذلك بالتحقق من معطيات الحل عن طريق إعادة حل المسألة هيدروليكياً.

الضغط الأعظمي يجب يتم التحقق منه، والسرعة العظمى والدنيا يتم الحفاظ عليهما من خلال الاختيار المناسب للأقطار(المرشحة للاختيار).

فيكون تابع الهدف كالتالي:

$$(Min)C_T = \sum c_j L_j \qquad (2\text{-}4)$$

حيث:

C_T: الكلفة الكلية للشبكة

c_j: كلفة المتر الطولي من القطر j

L_j: طول المقطع j (القطر j) m

القيود:

1. قيود الطول: وتنص على أن مجموع أطوال الأنابيب المختارة يجب أن يساوي المسافة بين العقدتين.

$$\sum L_j = l_i \qquad (3\text{-}4)$$

حيث l_i :هي طول الخط i الواصل بين عقدتين

2. قيود الفواقد: وينص على أن مجموع الفواقد على أي مسار بين مصدر تغذية الشبكة (الخزان) وعقدة طرفية من عقد الشبكة يجب ألا يزيد عن فرق منسوب الضاغط البيزومتري بين الخزان

والعقدة، ويكون منسوب الضاغط البيزومتري عند العقدة يساوي منسوب العقدة إضافة إلى الضاغط الأدنى الواجب توافره عند العقدة لتحقيق متطلبات الخدمة، أي:

$$\sum S_j L_j \leq h_s - h_m + Z_s - Z_n$$

حيث:

S_j : ميل خط التدرج الهيدروليكي في المقطع j، ويعطى من معادلة دارسي فايسباخ بدلالة الغزارة:

$$S = \frac{h_f}{L} = \frac{0.0826\lambda Q^2}{D^5} \qquad (5\text{-}4)$$

h_s : الضاغط في المصدر.

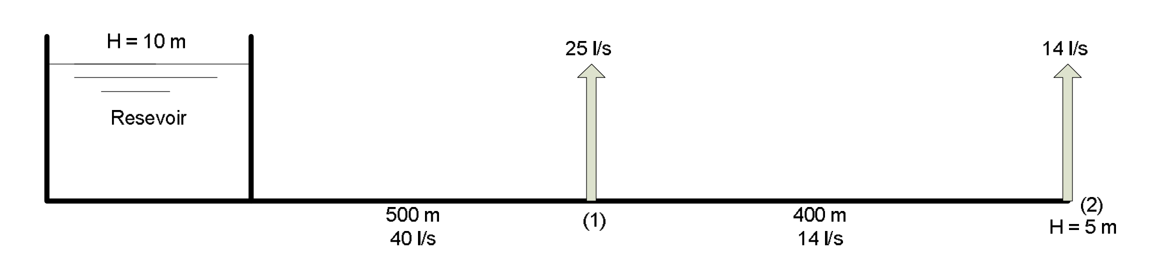
h_m : الضاغط الأصغري اللازم للخدمة عند العقدة.

Zs : منسوب الخزان.

Zn : منسوب العقدة.

1.1.4 تطبيق لشبكة أنابيب مؤلفة من مصدر وحيد وخطين:

يوجد في المثال التالي المقتبس من (Stephenson 1984) الخزان الرئيسي (المصدر) وعقدتي استهلاك. الاستهلاك بالعقدة الأولى 26 l/s ، وفي العقدة الثانية 14 l/s .



الشكل (4–1) شبكة شجرية مكونة من خزان وخطين وعقدتين

طول الخط الواصل بين المصدر والعقدة الأولى 500 m والأقطار المقترحة له هي 200 و250 mm.

طول الخط الواصل بين العقدة الأولى والعقدة الثانية 400 m والأقطار المقترحة له هي 200 و150 mm.

وسنبحث في هذه المسألة عن قيم أطوال الأنابيب من الأقطار المقترحة لكل خط في الشبكة و الموافقة للشبكة المحققة للمتطلبات الهيدروليكية ذات الكلفة الدنيا.

صياغة المسألة والحل:

المتغيرات المراد إيجاد قيمتها هي X_1, X_2, X_3, X_4 ، وتمثل أطوال الأنابيب من الأقطار المرشحة، وهي موضحة في الجدول التالي مع معطيات الكلفة والفواقد الموافقة لها.

الأقطار المقترحة	250	200	200	150
المتغيرات	X_1	X_2	X_3	X_4
الفواقد (ميل خط الطاقة) حسب الغزارة والقطر m/100m	0.25	0.71	0.1	0.42
الكلفة 100/100m وحدة نقدية	5	4	4	3

الجدول (4–1) ويمثل أطوال الأنابيب من الأقطار المرشحة مع معطيات الكلفة و الفواقد الموافقة لها

حيث يعطى ميل خط الطاقة S من علاقة دارسي فايسباخ بدلالة الغزارة:

$$S = \frac{h_f}{L} = \frac{0.0826\lambda Q^2}{D^5}$$

صياغة المسألة:

تابع الهدف:

$$MinZ = 5X_1 + 4X_2 + 4X_3 + 3X_4$$

القيود:

قيد الفواقد: وينتج عن تطبيق معادلة انحفاظ الطاقة بين الخزان والعقدة الطرفية وينص على أن الفرق في منسوب الضاغط البيزومتري بين الخزان والعقدة يساوي إلى مجموع الفواقد في الأنابيب المقترحة:

$$0.25X_1 + 0.71X_2 + 0.1X_3 + 0.42X_4 = 5$$

قيود أطوال الأنابيب:

طول الخط الأول من المصدر إلى العقدة 1 :

$$X_1 + X_2 = 5$$

طول الخط الثاني من العقدة 1 إلى العقدة 2 :

$$X_3 + X_4 = 4$$

بحل المعادلات السابقة باستخدام طريقة البرمجة الخطية الذي تم استعراضها في الفقرة (3-3) ينتج لدينا قيم المتغيرات التالية:

X_1=50 m

X_2=450 m

X_3=0 m

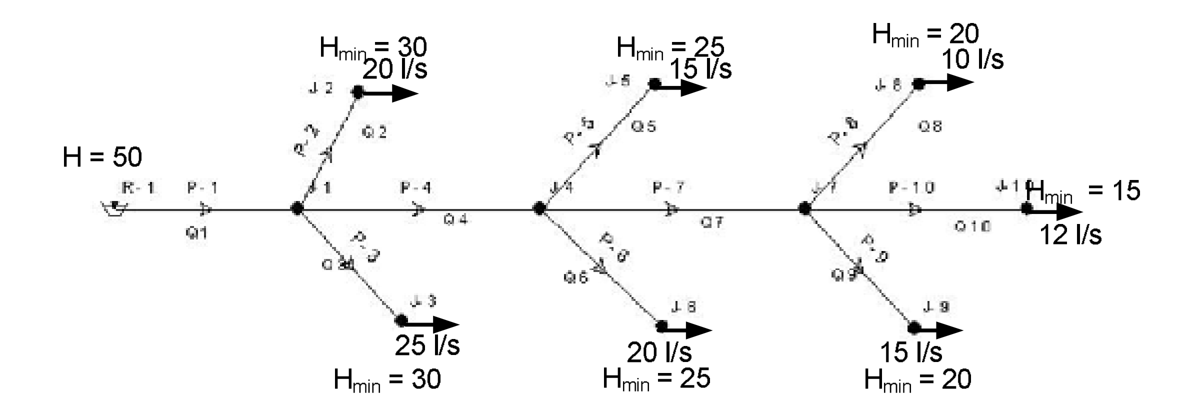
X_4=400 m

نلاحظ أنه تم اختيار قطرين للخط الوصل بين المصدر والعقدة 1 هما القطر 250 mm بطول 50*m* وقطر 200 mm بطول 450 *m*. أما الخط الثاني فتم اختيار أنبوب واحد بقطر 150 لكامل الطول والكلفة الموافقة لهذا الحل هي: 3250 وحدة نقدية.

2.1.4 تخفيض عدد القيود:

يمكن تسهيل حل مسألة البرمجة الخطية من خلال حذف عدد من القيود الغير فعالة. بالنظر أولا إلى مجموعة قيود أطوال الأنابيب نجد أنها قيود إلزامية لا يمكن الاستغناء عنها، لذلك فكل قيود أطوال الأنابيب يجب تضمينها في مسألة الأمثل. أما بالنظر للمجموعة الثانية من القيود وهي قيود الفواقد، فنجد أن القيود الموافقة للعقد الطرفية هي أيضا معادلات إلزامية ويجب تضمينها في مسألة الأمثلة. أما بالنسبة لقيود الفواقد للعقد الوسطية، فيمكن أن تكون مشمولة بقيود العقد الطرفية وبالتالي يمكن حذفها وذلك عندما يكون الضاغط الأدنى للعقدة الوسطية مساويا للضاغط الأدنى للعقدة الطرفية. في المسألة السابقة إذا كان $H_1^{min} = H_2^{min}$ يمكن حذف المعادلة الموافقة لقيد الفاقد عند العقدة 1 ، وبالتالي يصبح عدد قيود الفواقد هو قيد واحد.

3.1.4 تطبيق لشبكة شجرية مؤلفة من عشرة أنابيب:



الشكل (4−2) شبكة شجرية مؤلفة من عشرة خطوط

في الشبكة الشجرية المبينة في الشكل (4-2) يوجد عشرة خطوط في الشبكة (كل خط واصل بين عقدتين) في كل خط تم اختيار ثلاثة أقطار مرشحة لتكون أقطارا للأنابيب في ذلك الخط، وبذلك ينتج لدينا 30 متغيرا $X_1,X_2,......,X_{30}$. تعبر عن أطوال الأقطار المقترحة، والتي تمثل باختيار التركيب الأنسب لها الحل بالكلفة الأصغرية للشبكة. أطوال الخطوط والمتغيرات موضحة في الجدول (4-2). و الاستهلاك عند العقد والضواغط عند العقد الطرفية والمصدر موضح في الجدول (4-3).

(الغزارة، طول الخط، رقمه)	المتغير	القطر المرافق	(الغزارة، طول الخط، رقمه)	المتغير	القطر المرافق
(1,1000,117)	X_1	300	(6,750,20)	X16	200
	X_2	250		X17	150
	X_3	200		X18	100
(2,500,20)	X4	200	(7,600,37)	X19	200
	X5	150		X20	150
	X6	100		X21	100
(3,600,25)	X7	200	(8,400,10)	X22	150
	X8	150		X23	100
	X9	100		X24	80
(4,1000,72)	X10	250	(9,600,15)	X25	150
	X11	200		X26	100
	X12	150		X27	80
(5,500,15)	X13	150	(10,400,12)	X28	150
	X14	100		X29	100
	X15	80		X30	80

(4−2) جدول بيانات الأنابيب وخيارات الأقطار

الاستهلاك عند كل عقدة طرفية والضاغط الأصغري المطلوب يعطى بالجدول (4-3):

رقم العقدة	الضاغط الأصغري (m)	الاستهلاك l/s
2	30	20
3	30	25
5	25	15
6	25	20
8	20	10
9	20	15
10	15	12

الجدول (4–3) الاستهلاك عند كل عقدة طرفية والضاغط الأصغري المطلوب

كما يبين الجدول (4-4) التالي الأسعار التي تم اعتمادها للأنابيب باعتبارها مصنعة من مادة الفونت المرن.

القطرmm	80	100	125	150	200	250	300	400	500	600
السعر للمتر الطولي وحدة نقدية	8.24	9.56	9.95	12.49	16.96	22.03	28.73	43.05	64.79	81.73

الجدول (4–4) الأسعار المعتمدة للأنابيب المصنعة من مادة الفونت المرن

تمت صياغة تابع الهدف والمشكل من 30 حدا تمثل حاصل ضرب كلفة المتر الطولي لكل قطر بمتغير القرار(الطول من كل قطر):

تابع الهدف:

$$
\begin{aligned}
MinC_T = {} & 28.73X_1 + 22.03X_2 + 16.96X_3 + 16.96X_4 + 12.49X_5 + 9.56X_6 \\
& + 16.93X_7 + 12.49X_8 + 9.56X_9 + 22.03X_{10} + 16.93X_{11} + 12.49X_{12} \\
& + 12.49X_{13} + 9.56X_{14} + 8.24X_{15} + 16.93X_{16} + 12.49X_{17} + 9.56X_{18} \\
& + 16.93X_{19} + 12.49X_{20} + 9.56X_{21} + 12.49X_{22} + 9.56X_{23} + 8.24X_{24} \\
& + 12.49X_{25} + 9.56X_{26} + 8.24X_{27} + 12.49X_{28} + 9.56X_{29} + 8.24X_{30}
\end{aligned}
$$

قيود الفواقد: وينتج عن تطبيق معادلة انحفاظ الطاقة بين الخزان والعقد الطرفية و ينص على أن مجموع الفواقد على أي مسار بين مصدر تغذية الشبكة (الخزان) وعقدة طرفية من عقد الشبكة يجب ألا يزيد عن فرق منسوب الضاغط البيزومتري بين الخزان والعقدة.

فتكون معادلات الفواقد:

للعقدة رقم 2:

$$0.00931X_1 + 0.02316X_2 + 0.07067X_3 + 0.00207X_4 + 0.00870X_5 + 0.06608X_6 \leq 20$$

للعقدة رقم 3:

$$0.009306267X_1 + 0.023156969X_2 + 0.070669463X_3 + 0.00322656X_7 + 0.013596708X_8 + 0.10325X_9 \leq 20$$

للعقدة رقم 5:

$$0.00930626\ 7X_1 + 0.02315696\ 9X_2 + 0.07066946\ 3X_3 + 0.00877X_{10} + 0.02676X_{11} + 0.11278X_{12} + 0.00489X_{13} + 0.03717X_{14} + 0.11343X_{15} \leq 25$$

للعقدة رقم 6:

$$0.00930626\ 7X_1 + 0.02315696\ 9X_2 + 0.07066946\ 3X_3 + 0.00877X_{10} + 0.02676X_{11} + 0.11278X_{12} + 0.00207X_{16} + 0.00870X_{17} + 0.06608X_{18} \leq 25$$

للعقدة رقم 8:

$$0.00930626\ 7X_1 + 0.02315696\ 9X_2 + 0.07066946\ 3X_3 + 0.00877X_{10} + 0.02676X_{11} + 0.11278X_{12} + 0.00707X_{19} + 0.02978X_{20} + 0.22616X_{21} + 0.00218X_{22} + 0.01652X_{23} + 0.05042X_{24} \leq 30$$

للعقدة رقم 9:

$$0.00930626\ 7X_1 + 0.02315696\ 9X_2 + 0.07066946\ 3X_3 + 0.00877X_{10} + 0.02676X_{11} + 0.11278X_{12} + 0.00707X_{19} + 0.02978X_{20} + 0.22616X_{21} + 0.00489X_{25} + 0.03717X_{26} + 0.11343X_{27} \leq 30$$

للعقدة رقم 10:

$$0.00930626\ 7X_1 + 0.02315696\ 9X_2 + 0.07066946\ 3X_3 + 0.00877X_{10} + 0.02676X_{11} + 0.11278X_{12} + 0.00707X_{19} + 0.02978X_{20} + 0.22616X_{21} + 0.00313X_{28} + 0.02379X_{29} + 0.07260X_{30} \leq 35$$

قيود أطوال الأنابيب: وتنص على أن مجموع الأطوال للأقطار المقترحة بين عقدتين مساو لطول الخط الواصل بين العقدتين.

الخط الأول:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1000m$$

الخط الثاني:

$$X_4 + X_5 + X_6 = 500m$$

الخط الثالث:

$$X_7 + X_8 + X_9 = 600m$$

الخط الرابع:

$$X_{10} + X_{11} + X_{12} = 1000m$$

الخط الخامس:

$$X_{13} + X_{14} + X_{15} = 500m$$

الخط السادس:

$$X_{16} + X_{17} + X_{18} = 750m$$

الخط السابع:

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 600m$$

الخط الثامن:

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 400m$$

الخط التاسع:

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 600m$$

الخط العاشر:

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 400m$$

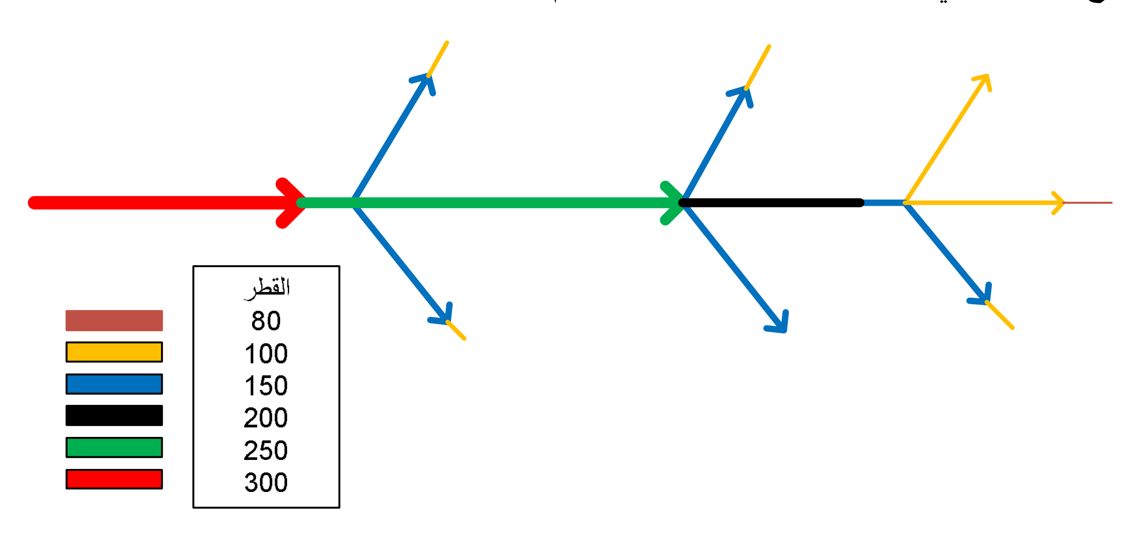
بحل هذه المعادلات وفق نموذج البرمجة الخطية، حيث تم استخدام برمجيات مساعدة (QM,Gpals, ProjectSixPap)، نحصل على التصميم الأمثلي للشبكة الموافق للكلفة الصغرى:

رقم الخط وطوله	المتغير	القطر الموافق له	قيمته
(1000،1)	X1	300	971.2786
	X2	250	28.72135
	X3	200	0
(500،2)	X4	200	0
	X5	150	396.3895
	X6	100	103.6105
(600،3)	X7	200	0
	X8	150	576.1537
	X9	100	23.84627
(1000،4)	X10	250	1000
	X11	200	0
	X12	150	0
(500،5)	X13	150	373.6177
	X14	100	126.3823
	X15	80	0
(750،6)	X16	200	0
	X17	150	750
	X18	100	0
(600،7)	X19	200	570.1541
	X20	150	29.84587
	X21	100	0
(400،8)	X22	150	0
	X23	100	400
	X24	80	0
(600،9)	X25	150	575.8294
	X26	100	24.17062
	X27	80	0
(400،10)	X28	150	0
	X29	100	357.1291
	X30	80	42.8709

الجدول (4–5) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الصغرى

كلفة الشبكة = 104252 وحدة نقدية

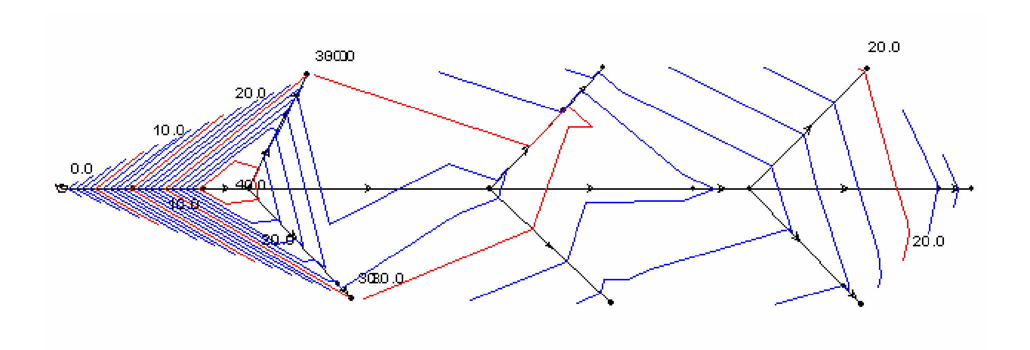
يوضح الشكل التالي أطوال الأقطار الموافقة للتصميم الأمثل للشبكة:



الشكل (4–3) تصميم الشبكة (حالة شبكة شجرية)

نلاحظ أنه في غالبية الخطوط تم اختيار أنبوبين من قطرين مختلفين، وفي ثلاثة خطوط فقط تم اختيار قطر وحيد على كامل الخط.

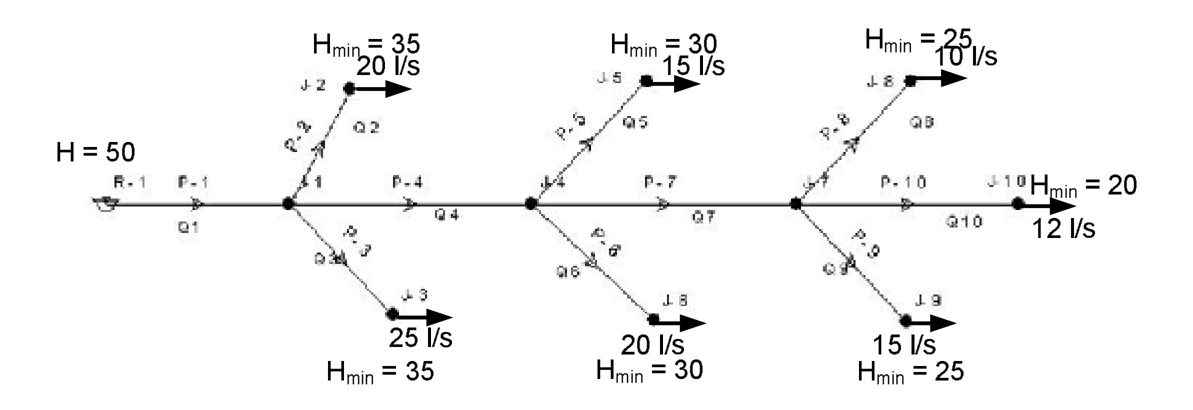
ونلاحظ من الشكل (4-4) أن متطلبات الضغط محققة في جميع العقد.



الشكل (4–4) مخطط خطوط تساوي الضغط في الشبكة

في حال كون متطلبات الضغط الواجب توفرها عند العقد الطرفية أعلى بمقدار 5 *m* من المتطلبات الواردة في الشكل (4-2) والجدول (4-3) فإن ذلك سينعكس على تصميم الشبكة وبالتالي كلفتها.

بإعادة حل الشبكة السابقة ولكن بتغيير شروط الضغط بحيث نزيد قيمة الضاغط الأصغري بمقدار خمسة أمتار لكل عقدة وفق ما هو مطلوب و كما هو موضح في الشكل (4-5).



الشكل (4–5) شبكة شجرية مؤلفة من عشرة خطوط مع تغيير شروط الضاغط

تم فتح مجال الأقطار في الخطوط كما هو موضح في الجدول التالي (4-6)

القطر المرافق	المتغير	(الغزارة، طول الخط، رقمه)
200	X16	(6,750,20)
150	X17	
100	X18	
250	X19	(7,600,37)
200	X20	
150	X21	
150	X22	(8,400,10)
100	X23	
80	X24	
200	X25	(9,600,15)
150	X26	
100	X27	
150	X28	(10,400,12)
100	X29	
80	X30	

القطر المرافق	المتغير	(الغزارة، طول الخط، رقمه)
350	X_1	(1,1000,117)
300	X_2	
250	X_3	
200	X4	(2,500,20)
150	X5	
100	X6	
200	X7	(3,600,25)
150	X8	
100	X9	
300	X10	(4,1000,72)
250	X11	
200	X12	
200	X13	(5,500,15)
150	X14	
100	X15	

(4–6) جدول بيانات الأنابيب وخيارات الأقطار

الاستهلاك عند كل عقدة والضاغط الأصغري المطلوب يعطى بالجدول (4-7):

الاستهلاك l/s	الضاغط الأصغري m	رقم العقدة
20	35	2
25	35	3
15	30	5
20	30	6
10	25	8
15	25	9
12	20	10

الجدول (4–7) الاستهلاك عند كل عقدة والضاغط الأصغري المطلوب

كما يبين الجدول (4-4) الأسعار المعتمدة للمتر الطولي حسب القطر للأنابيب المصنعة من مادة الفونت المرن.

تمت صياغة تابع الهدف والمشكل من 30 حدا تمثل حاصل ضرب كلفة المتر الطولي لكل قطر بمتغير الطول:

تابع الهدف:

$$MinC_T = 43.05\,X_1 + 28.73\,X_2 + 22.03\,X_3 + 16.96\,X_4 + 12.49\,X_5 + 9.56\,X_6$$
$$+ 16.93\,X_7 + 12.49\,X_8 + 9.56\,X_9 + 28.73\,X_{10} + 22.03\,X_{11} + 16.96\,X_{12}$$
$$+ 16.96\,X_{13} + 12.49\,X_{14} + 9.56\,X_{15} + 16.93\,X_{16} + 12.49\,X_{17} + 9.56\,X_{18}$$
$$+ 22.03\,X_{19} + 16.96\,X_{20} + 12.49\,X_{21} + 12.49\,X_{22} + 9.56\,X_{23} + 8.24\,X_{24}$$
$$+ 16.96\,X_{25} + 12.49\,X_{26} + 9.56\,X_{27} + 12.49\,X_{28} + 9.56\,X_{29} + 8.24\,X_{30}$$

قيود الفواقد: وينتج عن تطبيق معادلة انحفاظ الطاقة بين الخزان والعقدة الطرفية وينص على أن الفرق في منسوب الضاغط البيزومتري بين الخزان والعقدة يساوي إلى مجموع الفواقد في الأنابيب المقترحة:

فتكون معادلات الفواقد:

للعقدة رقم 2:

$$0.0022X_1 + 0.0093X_2 + 0.0232X_3 + 0.00207X_4$$
$$+ 0.00870X_5 + 0.06608X_6 \le 20$$

للعقدة رقم3:

$$0.0022X_1 + 0.0093X_2 + 0.02323X_3 + 0.00322656X_7$$
$$+ 0.013596708X_8 + 0.10325X_9 \le 20$$

للعقدة رقم 5:

$$0.0022X_1 + 0.0093X_2 + 0.0232X_3 + 0.0035X_{10}$$
$$+ 0.0088X_{11} + 0.0268X_{12} + 0.0012X_{13} + 0.0049X_{14} + 0.0372X_{15} \le 25$$

للعقدة رقم 6:

$$0.0022X_1 + 0.0093X_2 + 0.0232X_3 + 0.0035X_{10} + 0.0088X_{11}$$
$$+ 0.0268X_{12} + 0.00207X_{16} + 0.00870X_{17} + 0.06608X_{18} \le 25$$

للعقدة رقم 8:

$$0.0022X_1 + 0.0093X_2 + 0.0232X_3 + 0.0035X_{10} + 0.0088X_{11}$$
$$+ 0.0268X_{12} + 0.0023X_{19} + 0.0071X_{20} + 0.0298X_{21} + 0.00218X_{22}$$
$$+ 0.01652X_{23} + 0.05042X_{24} \leq 30$$

للعقدة رقم 9:

$$0.0022X_1 + 0.0093X_2 + 0.0232X_3 + 0.0035X_{10} + 0.0088X_{11}$$
$$+ 0.0268X_{12} + 0.00707X_{19} + 0.02978X_{20} + 0.22616X_{21} + 0.0012X_{25}$$
$$+ 0.0049X_{26} + 0.0372X_{27} \leq 30$$

للعقدة رقم 10:

$$0.0022X_1 + 0.0093X_2 + 0.0232X_3 + 0.0035X_{10} + 0.0088X_{11}$$
$$+ 0.0268X_{12} + 0.00707X_{19} + 0.02978X_{20} + 0.22616X_{21} + 0.00313X_{28}$$
$$+ 0.02379X_{29} + 0.07260X_{30} \leq 35$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1000m$$

$$X_4 + X_5 + X_6 = 500m$$

$$X_7 + X_8 + X_9 = 600m$$

$$X_{10} + X_{11} + X_{12} = 1000m$$

$$X_{13} + X_{14} + X_{15} = 500m$$

$$X_{16} + X_{17} + X_{18} = 750m$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 600m$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 400m$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 600m$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 400m$$

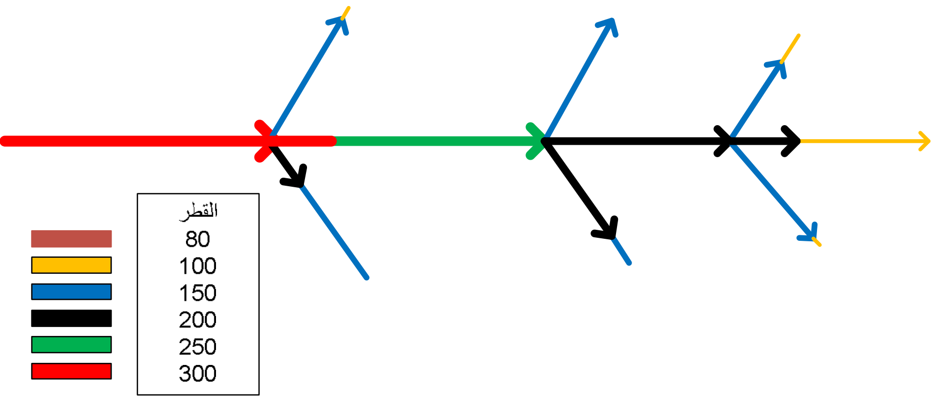
بحل هذه المعادلات وفق نموذج البرمجة الخطية نحصل على التصميم الأمثل التالي للشبكة الموافق للكلفة الصغرى:

رقم الخط وطوله	المتغير	القطر الموافق له	قيمته	رقم الخط وطوله	المتغير	القطر الموافق له	قيمته
(1000،1)	X1	350	0	(750،6)	X16	200	614.6
	X2	300	1000		X17	150	135.6
	X3	250	0		X18	100	0
(500،2)	X4	200	0	(600،7)	X19	250	0
	X5	150	476.6		X20	200	600
	X6	100	23.4		X21	150	0
(600،3)	X7	200	237.6	(400،8)	X22	150	237.1
	X8	150	362.4		X23	100	162.9
	X9	100	0		X24	80	0
(1000،4)	X10	300	99.7	(600،9)	X25	200	0
	X11	250	900.3		X26	150	591.6
	X12	200	0		X27	100	8.4
(500،5)	X13	200	0	(400،10)	X28	150	63.4
	X14	150	500		X29	100	336.6
	X15	100	0		X30	80	0

الجدول (4–8) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الصغرى

كلفة الشبكة= 110695 وحدة نقدية

يوضح الشكل التالي أطوال الأقطار الموافقة للتصميم الأمثل للشبكة بعد زيادة شروط الضغط:

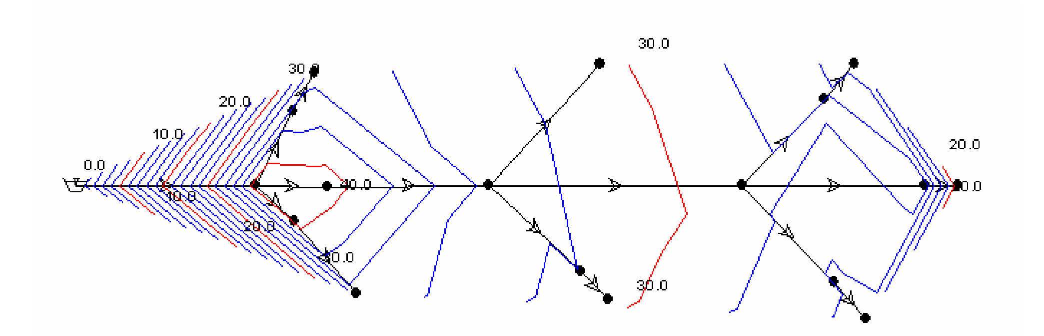


الشكل (4–6) تصميم الشبكة (حالة شبكة شجرية)

يلاحظ في التصميم الناتج للشبكة الجدول (4-9) بعد مقارنته بالتصميم السابق الجدول(4-5)، أن زيادة متطلبات الضغط عند العقد الطرفية في الشبكة أدى إلى زيادة أطوال الأنابيب المختارة من الأقطار الأكبر وذلك بغية تخفيف الفواقد الطولية في الأنابيب والتي تتناسب عكسا مع قطر الأنبوب وطردا مع مربع السرعة.

فعلى سبيل المثال، يلاحظ أن التصميم المختار لخط الاتصال (1) قد أصبح من القطر mm 300 لكامل خط الاتصال البالغ طوله m 1000 ، بعد أن كان جزءا منه (بطول 28.7) من القطر 250mm. وبالنسبة لخط الاتصال (2) فقد ازداد طول الأنبوب الموافق للقطرmm 150 من m 396.4 في التصميم السابق، إلى 476.6m في التصميم الموافق لمتطلبات الضغط الجديدة. وكذلك الحال بالنسبة لخط الاتصال (4) الذي اختير في الحالة السابقة بأكمله من القطر 250، أما في هذه الحالة فقد أصبح جزء منه بطول حوالي 100m من القطر mm 300. وهناك تغيرات متشابهة حدثت بالنسبة لباقي خطوط الاتصال في الشبكة.

وكما في الحالة السابقة نجد من الشكل (4-7) أن متطلبات الضغط محققة في جميع العقد.



الشكل (4-7) مخطط خطوط تساوي الضغط في الشبكة

وبشكل عام يلاحظ أن زيادة متطلبات الضغط عند العقد الطرفية للشبكة بمقدار 5 فقط قد أدى إلى زيادة كلفة الشبكة المصممة بمقدار% 6 (من 104252 وحدة نقدية إلى 110695 وحدة نقدية).

2.4 البرمجة الخطية في الشبكات الحلقية:

في حالة الشبكات الحلقية تكون الغزارات في أنابيب الشبكة تابعة لمواصفات الأنابيب (أقطار وأطوال) وبالتالي يتعذر استخدام المنهجية السابقة العائدة للشبكات الشجرية التي تعتمد على تحديد مسبق للغزارات في أنابيب الشبكة.

يمكن معالجة هذه المسألة كما يلي:

- تحويل الشبكة الحلقية إلى شبكة شجرية بإزالة بعض الأنابيب منها ويتم ذلك بعدة طرق،
- تصمم بعد ذلك الشبكة وفق المنهجية السابقة المتعلقة بالشبكات الشجرية
- تستخدم مكان الأنابيب التي تمت إزالتها، أنابيب ذات مقاطع إنشائية وتضاف كلفتها إلى كلفة الشبكة الشجرية.
- يمكن الفرض بأن عقد الشبكة الحلقية تتغذى بنسبة معينة عن طريق أنابيب الشبكة الشجرية المقتبسة منها (70%، 50%) والنسبة الباقية عن طريق الأنابيب التي تمت إزالتها (Hermann Orth 1986).
- لابد في هذه الحالة من إضافة قيود جديدة لكل حلقة من حلقات الشبكة تنص على أن مجموع الفواقد في أنابيب الحلقة يجب أن يساوي الصفر.

$$\sum h_f = 0 \qquad (6\text{-}4)$$

1.2.4 طرق تحويل الشبكة الحلقية إلى شبكة الشجرية:

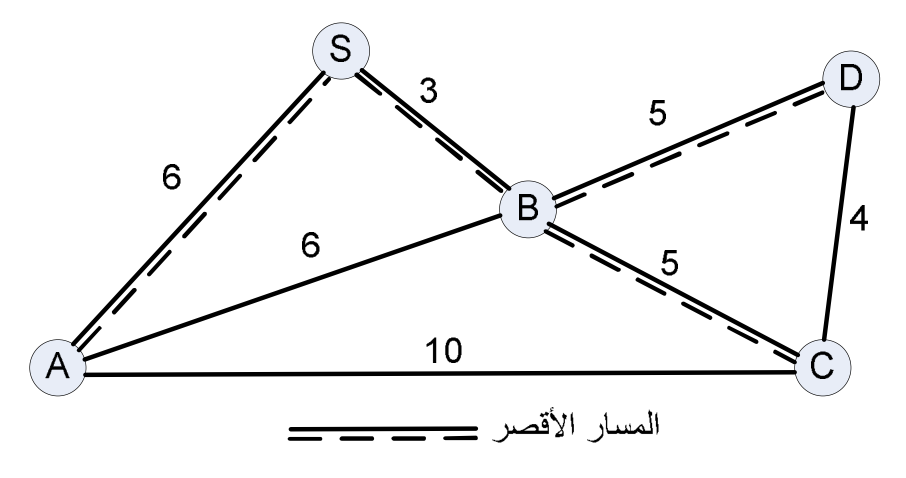
سيتم استعراض ثلاثة طرق لتحويل الشبكة الحلقية إلى شبكة شجرية:

1- طريقة المسار الأقصر Shortest Path

الهدف من هذه الطريقة هو إيجاد الطريق الأقصر بين المصدر والوجهة (العقدة)

العملية تبدأ عند المصدر وتتقدم خطوة خطوة إلى العقدة الأبعد. في كل خطوة المسار الأقصر المقيم في الخطوات السابقة يمتد على الأقل إلى عقدة جديدة واحدة.

المثال التالي يوضح الطريقة:



الشكل (4–8) شبكة شجرية ناتجة عن شبكة حلقية بطريقة المسار الأقصر

المصدر S أقرب نقطة إليه هي B بمسافة تساوي 3 ويصبح المسار الأول S-B بمسافة كلية مساوية لـ 3 ، النقاط التالية الغير مرتبطة بالمسار هي D,C,A .

بالنسبة للعقدة A أقرب مسافة لها إلى لمصدر هي 5 أي الوصل مباشرة مع المصدر . والنقطتين D,C تبعدان عن العقدة B بمسافة متساوية لذلك يتم وصلهما معا إليها، فتصبح المسافة بينهما وبين المصدر 8 وهي أقل فيما لو تم وصل العقدة C عن طريق العقدة A وحيث تكون عندها المسافة مساوية لـ 15 (S-A-C)

وبالتالي المسارات المختارة هي

S-A بطول 6

S-D بطول 8 (S-B-D)

S-C بطول 8 (S-B-C)

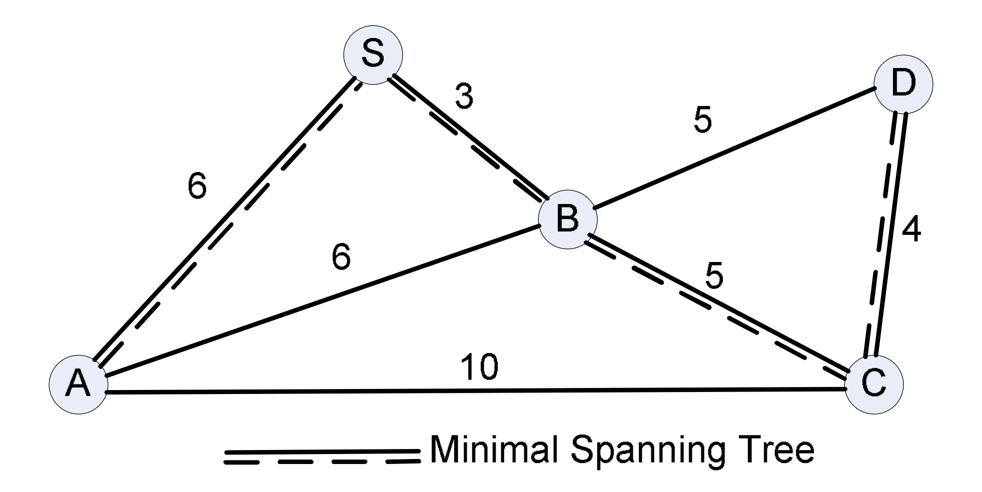
2- طريقة مجموع الأطوال الأصغري للشبكة Minimal Spanning Tree

الهدف من هذه الطريقة هو إيجاد الفروع من الشبكة التي تصل العقد ببعضها بمجموع طول كلي أصغري. يمكن البدء من أية نقطة في الشبكة. سيتم توضيح الطريقة على المثال السابق نفسه حيث سنبدأ من المصدر.

أقرب عقدة إلى المصدر S هي العقدة B بمسافة 3 ، ثم نقف عند العقدة B حيث يكون لدينا العقدتين D,C تبعدان عنها بمسافة متساوية لذلك نختار C عشوائيا، ثم نبحث عن العقد التالية لها وهي D,A حيث نأخذ الأقرب وهي العقدة D ليتم تشكيل مسار من C إلى D

تبقى لدينا العقدة A حيث نجد أقرب مسافة لها مع العقد الأخرى هي مع المصدر S وB ، وليصبح طول المسارالكلي أصغريا يتم وصلها مع المصدر S.

إن اختيار B-C-D أو B-D-C يعطي مسار طوله 9 أما وصل كل من D,C معا مع B يعطي مسار طوله 10 وهذا أطول من الخيار السابق.



الشكل (4–9) شبكة شجرية ناتجة عن شبكة حلقية بطريقة المسار الكلي الأصغري

3- طريقة البرمجة الخطية LP في استنباط الشبكة الشجرية:

من وجهة نظر اقتصادية فيما يتعلق بالأنابيب، فإن الشكل ذو الكلفة الدنيا للشبكة هو عندما يتم تغذية كل عقدة بواسطة أنبوب واحد فقط. بالاعتماد على ما سبق فإنه يمكن الحصول على حل قريب من هذا الحل (الكلفة الدنيا) على شكل شبكة شجرية بواسطة البرمجة الخطية كما يلي (Stephenson 1984):

في أي شبكة حلقية سنرمز لكل عقدة بـ j ولكل أنبوب بـ i . نحدد الاتجاه الموجب للدوران عكس دوران عقارب الساعة، ثم نحدد القيود التالية حيث Q مجهولة في كل أنبوب:

القيود:

قيود الاستمرار للغزارة في العقد:

من معادلة الاستمرار لكل عقدة والتي تنص أن المجموع الجبري للغزارات الداخلة والخارجة من العقدة تساوي الصفر(بما فيها الاستهلاك عند العقدة) أي:

$$\sum_{i=1}^{N} \pm Q_i = 0 \qquad (7\text{-}4)$$

فيكون تابع الهدف عبارة عن حاصل ضرب الغزارة بالطول ويهدف إلى جعل هذه القيمة أصغرية يمثل:

$$Min \rightarrow \sum Q_i L_i \qquad (8\text{-}4)$$

حيث: Li طول الأنبوب i

لتوضيح حل الشبكات الحلقية باستخدام البرمجة الخطية سيتم عرض التطبيق التالي.

3.4 تطبيق على شبكة حلقية:

لدينا المثال المبين بالشكل (4-6) والذي يحتوي على خزان وأربعة عقد و6 خطوط اتصال حيث أطوال الخطوط موضحة بالجدول (4-9)

رقم الأنبوب	طوله m
1	400
2	500
3	450
4	500
5	300
6	700

الجدول (4–9) أطوال الخطوط

والاستهلاك موجود فقط عند العقدتين 2 و 4 وهي:

عند العقدة 2: q_2=200 l/s

عند العقدة 4: q_4=80 l/s

منسوب الماء في الخزان 100m

الضاغط الأصغري عند العقدة 2 : H_2=50

الضاغط الأصغري عند العقدة 4 : H_4=30

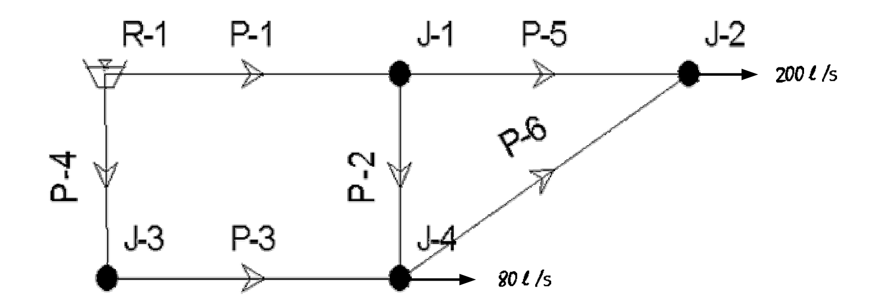
والمطلوب تحديد التصميم الأمثل للشبكة (الموافق للكلفة الدنيا) وذلك في الحالات التصميمية التالية:

1- جميع عقد الشبكة يتم تغذيتها بالكامل من الشبكة الشجرية المختارة، يتم اختيار أنابيب لها أقطار إنشائية للأنابيب الثانوية التي تم حذفها.

2- يتم تغذية عقد الشبكة بنسبة 67% من الشبكة الشجرية المختارة وبنسبة 33 % من الأنابيب الثانوية التي تم حذفها.

3- يتم تغذية عقد الشبكة بنسبة 75% من الشبكة الشجرية المختارة وبنسبة 25% من الأنابيب الثانوية التي تم حذفها.

4- يتم تغذية عقد الشبكة بنسبة 50% من الشبكة الشجرية المختارة وبنسبة 50% من الأنابيب الثانوية التي تم حذفها.



الشكل (4–10) شبكة حلقية مكونة من حلقتين وأربعة عقد وخزان

الحل:

أولا- تحديد الشبكة الشجرية الناتجة من الشبكة الحلقية والتي تؤمن تغذية جميع عقد الشبكة التي تتضمن استهلاك.

من أجل تحويل الشبكة الحلقية المبينة في الشكل(4-10) إلى شبكة شجرية تم استخدام طريقة البرمجة الخطية المعروضة في الفقرة (4-2-2) وذلك باتباع الخطوات التالية:

نكتب معادلات تابع الهدف والقيود:

تابع الهدف:

$$Min\sum Q_i L_i = 400Q_1 + 500Q_2 + 450Q_3 + 500Q_4 + 300Q_5 + 700Q_6$$

القيود عبارة عن معادلات الاستمرار عند العقد:

عند العقدة 1 : $Q_1 - Q_2 - Q_5 = 0$

عند العقدة 2: $Q_5 + Q_6 = 200$

عند العقدة 3 : $Q_4 - Q_3 = 0$

عن العقدة 4 : $Q_3 + Q_2 - Q_6 = 80$

بحل جملة المعادلات السابقة من خلال استخدام طريقة البرمجة الخطية تنتج الغزارات التالية:

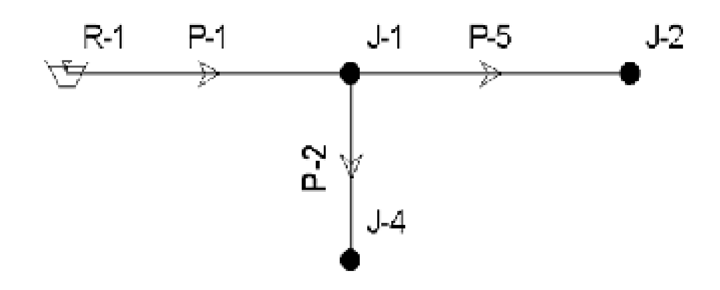
Q_1=280 l/s

Q_5=200 l/s

Q_2=80 l/s

Q_4=Q_3=Q_6=0

يتم حذف الخطوط التي تكون فيها الغزارة مساوية للصفر، أي الخطوط 4 و3 و 6 وبالتالي نحصل على الشبكة الشجرية المبينة بالشكل(4-11) .



الشكل (4–11) شبكة شجرية ناتجة عن شبكة حلقية بطريقة البرمجة الخطية

ثانيا: تصميم الشبكة باستخدام البرمجة الخطية:

الشبكة الشجرية الناتجة بعد حذف الخطوط السابقة معروفة الغزارة في جميع الأنابيب ويمكن تصميمها باستخدام البرمجة الخطية.

الحالة1: يتم تغذية جميع عقد الشبكة بالكامل من الشبكة الشجرية المختارة

نقوم أولا باقتراح عدداً من الأقطار لكل خط واصل بين عقدتين، وفق ما هو موضح في الجدول (4-10) مع المتغيرات المقابلة للأقطار المرشحة.

(الغزارة، طول الخط، رقمه)	متغير القرار	القطر المرافق له
(1,400,280)	X1	400
	X2	350
	X3	300
(5,300,200)	X4	350
	X5	300
(2,500,80)	X6	250
	X7	200

الجدول (4–10) جدول بيانات الأنابيب وخيارات الأقطار

أما بالنسبة لكلفة كل قطر بالمتر الطولي فهي موضحة بالجدول التالي:

القطر mm	الكلفة بالمتر الطولي وحدة نقدية
400	100
350	80
300	70
250	60
200	50
150	40
100	30
80	25

الجدول (4−11) كلفة المتر الطولي لكل أنبوب حسب القطر

نقوم بحساب الفواقد بالمتر الطولي أو ميل الخط الهيدروليكي لكل أنبوب من العلاقة التالية:

$$S = \frac{h_f}{L} = \frac{0.0826\lambda Q^2}{D^5}$$

وبعدها يمكن صياغة تابع الهدف والقيود والتي ستكون على الشكل التالي:

تابع الهدف:

$$MinC = 100X_1 + 80X_2 + 70X_3 + 80X_4 + 70X_5 + 60X_6 + 50X_7$$

القيود

قيود الفواقد:

$$0.01265X_1 + 0.02466X_2 + 0.0533X_3 + 0.01258X_4 + 0.0272X_5 \le 50$$

$$0.01265X_1 + 0.02466X_2 + 0.0533X_3 + 0.01083X_6 + 0.03304X_7 \le 70$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 400m$$

$$X_4 + X_5 = 300m$$

$$X_6 + X_7 = 500m$$

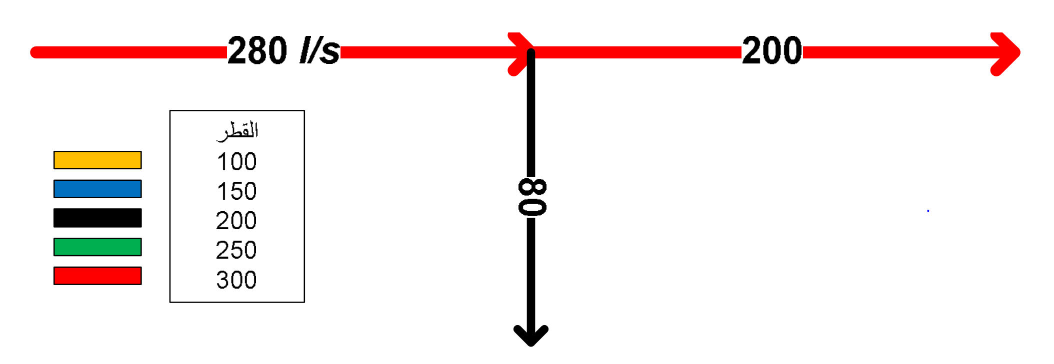
وبحلها بطريقة البرمجة الخطية نحصل على قيم المتغيرات التالية الموضحة في الجدول والتي تعطينا كلفة أصغرية للشبكة.

(الغزارة، طول الخط، رقمه)	متغير القرار	القطر الموافق له	قيمته
(1,400,280)	X1	400	0
	X2	350	0
	X3	300	400
(5,300,200)	X4	350	0
	X5	300	300
(2,500,80)	X6	250	0
	X7	200	500

الجدول (4−12) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الصغرى

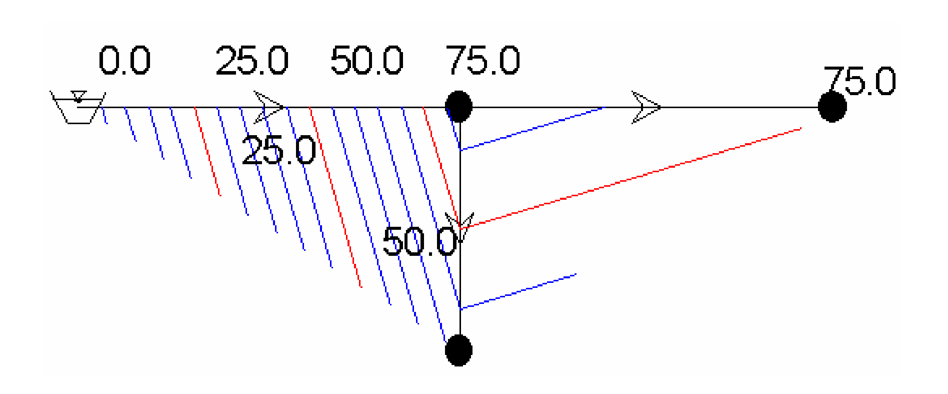
نلاحظ في هذه الشبكة تم اختيار قطر وحيد لكل خط اتصال واصل بين عقدتين.

يوضح الشكل التالي أطوال الأقطار الموافقة للتصميم الأمثل للشبكة:



الشكل (4−12) تصميم الشبكة (حالة شبكة شجرية)

ونلاحظ من الشكل (4-4) أن متطلبات الضغط محققة في جميع العقد.



الشكل (4−13) مخطط خطوط تساوي الضغط في الشبكة

الكلفة الكلية للشبكة بدون إضافة أنابيب إنشائية بدلا عن الأنابيب المحذوفة منها هي:

C= 74000 **وحدة نقدية**

كلفة الأنابيب الإنشائية بقطر 100mm والتي أطوالها:(700+450+500) بكلفة 30$ للمتر الطولي هي:

C= 49500 **وحدة نقدية**

وبالتالي الكلفة الكلية للشبكة هي 123500 **وحدة نقدية**

الحالة 2: يتم تغذية عقد الشبكة بنسبة 67% من الشبكة الشجرية المختارة وبنسبة % 33 من الأنابيب الثانوية التي تم حذفها

بإعادة حل الشبكة السابقة مع إعادة الأنابيب المحذوفة وإعادة توزيع الغزارات فيها بنسبة الثلث في الأنابيب المعادة إلى ثلثين في الأنابيب الرئيسية، حيث نبدأ من نهاية الشبكة عند العقدة 2. التغذية كانت تتم بشكل كامل من الخط 5 فتصبح ثلثيها منه أي (133*l/s*) والثلث المتبقي من الخط 6 أي (67 *l/s*)، ثم العقدة 4 الغزارات الخارجة منها هي (147 *l/s*) أي ثلثها سيزود من الخط 3 (49 *l/s*) وثلثي الغزارة من الخط 2 (98 *l/s*)، في الخط 4 ستكون الغزارة هي نفسها بالخط 3 لعدم وجود استهلاك أو خطوط أخرى متلاقية في العقدة 3، في الخط 1 الغزارة فيه هي مجموع الغزارات الخارجة من العقدة 1 أي (231 *l/s*).

نعيد فرض أقطار جديدة لكل خط واصل بين عقدتين ومن ثم حساب الفواقد بالمتر الطولي لكل أنبوب.

يصبح لدينا قيد جديد في هذه الحالة وهو قيد الفواقد في الحلقة مع مراعاة اتجاه الدوران الموجب وهو مع دوران عقارب الساعة.

الجدول التالي يوضح الأقطار المرشحة في كل خط

القطر المرافق له	متغير القرار	(الغزارة، طول الخط، رقمه)
350	X1	(1,400,231)
300	X2	
250	X3	
200	X4	
250	X5	(2,500,98)
200	X6	
150	X7	
100	X8	
250	X9	(3,450,49)
200	X10	
150	X11	
100	X12	
100	X13	(4,500,49)
150	X14	
200	X15	
250	X16	
300	X17	(5, 300,133)
250	X18	
200	X19	
200	X20	(6,700,67)
150	X_{21}	
100	X22	
80	X23	

الجدول (4–13) جدول بيانات الأنابيب وخيارات الأقطار

تأخذ معادلات تابع الهدف والقيود في هذه الحالة الشكل التالي:

تابع الهدف:

$$MinC = 80X_1 + 70X_2 + 60X_3 + 50X_4 + 60X_5 + 50X_6 + 40X_7 + 30X_8 + 60X_9 + 50X_{10} + 40X_{11} + 30X_{12} + 30X_{13} + 40X_{14} + 50X_{15} + 60X_{16} + 70X_{17} + 60X_{18} + 50X_{19} + 50X_{20} + 40X_{21} + 30X_{22} + 25X_{23}$$

القيود:

قيود الفواقد :

$$0.01678X_1 + 0.03628X_2 + 0.09027X_3 + 0.27548X_4 + 0.01203X_{17} + 0.02992X_{18} + 0.09132X_{19} \leq 50$$

$$0.01678\ X_1 + 0.03628\ X_2 + 0.09027\ X_3 + 0.27548\ X_4 + 0.01625\ X_5 + 0.04958\ X_6 + 0.20893\ X_7 + 1.58658\ X_8 \leq 70$$

قيود الحلقات:

لابد من إضافة قيود جديدة لكل حلقة من حلقات الشبكة تنص على أن مجموع الفواقد في أنابيب الحلقة يجب أن يساوي الصفر. يوجد لدينا حلقتان في هذه الشبكة وبالتالي ينتج لدينا قيدين للحلقات:

الحلقة الأولى:

$$0.01678X_1 + 0.03628X_2 + 0.09027X_3 + 0.27548X_4 + 0.01625X_5 + 0.04958X_6 + 0.20893X_7 + 1.58658X_8 - 0.004062X_9 - 0.012395X_{10} - 0.052233X_{11} - 0.396645X_{12} - 0.396645X_{13} - 0.052233X_{14} - 0.012395X_{15} - 0.004062X_{16} = 0$$

الحلقة الثانية:

$$-0.01625\ X_5 - 0.04958\ X_6 - 0.20893\ X_7 - 1.58658\ X_8 + 0.01203\ X_{17} + 0.02992\ X_{18} + 0.09132\ X_{19} - 0.02317\ X_{20} - 0.09766\ X_{21} - 0.74158\ X_{22} - 2.26313\ X_{23} = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 400m$$

$$X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 500m$$

$$X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} = 450m$$

$$X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} = 500m$$

$$X_{17} + X_{18} + X_{19} = 300m$$

$$X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} = 700m$$

بحل المسألة نحصل على أطوال الأنابيب من الأقطار المرشحة وعلى الكلفة الأصغرية للشبكة.

الجدول (4-14) يوضح قيم المتغيرات:

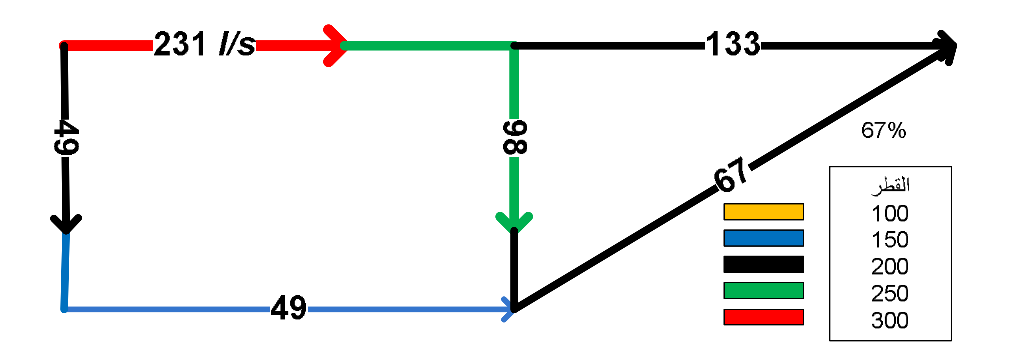
(الغزارة، طول الخط، رقمه)	متغير القرار	القطر الموافق له	قيمته
(1,400,231)	X1	350	0
	X2	300	250.1
	X3	250	149.9
	X4	200	0
(2,500,98)	X5	250	408.5
	X6	200	91.5
	X7	150	0
	X8	100	0
(3,450,49)	X9	250	0
	X10	200	0
	X11	150	450
	X12	100	0
(4,500,49)	X13	100	0
	X14	150	102.3
	X15	200	397.7
	X16	250	0
(5, 300,133)	X17	300	0
	X18	250	0
	X19	200	300
(6,700,67)	X20	200	700
	X21	150	0
	X22	100	0
	X23	80	0

الجدول (4–14) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الصغرى

وكلفة الشبكة = 147562.9 **وحدة نقدية**

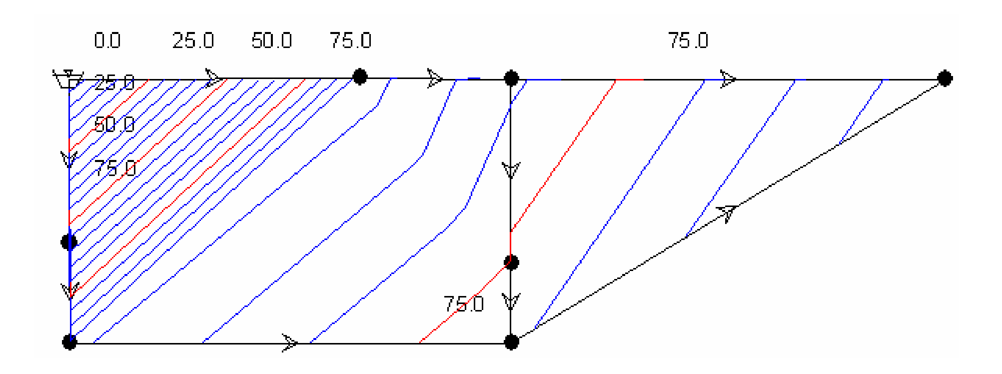
نلاحظ أن استخدام شبكة "حلقية" يتم تغذية عقدها بنسبة 67% من أنابيب "رئيسية" تكون فيما بينها شبكة شجرية، ونسبة 33% من "أنابيب ثانوية" قد أدى إلى الحصول على تصميم مختلف لأنابيب الشبكة.

يوضح الشكل التالي أطوال الأقطار الموافقة للتصميم الأمثل للشبكة:



الشكل (4-14) تصميم الشبكة (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة الثلثين من الأنابيب الرئيسية، والثلث من الأنابيب الثانوية)

ونلاحظ من الشكل (4-15) أن متطلبات الضغط محققة في جميع العقد.



الشكل (4-15) مخطط خطوط تساوي الضغط في الشبكة

فعلى سبيل المثال، الأنبوب رقم (1) وطوله 400 m الذي اختير بكامله من قطر 300 mm في حالة الشبكة الشجرية، لأنه كان يؤمن الغزارة المستهلكة في الشبكة، أصبح في هذه الحالة بطول قدره 250.1 m من القطر 300 mm و149.9 m بقطر 250 mm، وذلك لأن جزء من الغزارة التي كان ينقلها للشبكة أصبحت تمر عبر الأنبوب (4) الخارج من الخزان أيضا. كذلك يلاحظ أن الأنبوب رقم (5) الذي كان قطره mm 300 على كامل الطول 300 m أصبح قطره 200 mm على كامل الطول لأن جزء من الغزارة التي كان يغذي فيها العقدة (2) أصبحت تأتي عن طريق الأنبوب رقم (6). في حين يلاحظ أن الأنبوب (2) الذي كان قطره mm 200 على كامل الطول أصبح الآن بطول m

408.5 من القطرmm 250 و m 91.5 بقطرmm 200 ، حيث أن الأنبوب (2) الذي كان يغذي العقدة (4) فقط في حالة الشبكة الشجرية، أصبح يساعد في تغذية العقدة (2) عبر الأنبوب (6) أيضا.

في التدقيق في الكلفة الناتجة في هذه الحالة نجد أن كلفة الشبكة الحلقية الناتجة تزيد بشكل كبير عن حالة الشبكة الشجرية وهذا متوقع لأن الشبكة الشجرية تؤمن تغذية لجميع العقد بعدد أقل من الأنابيب من الشبكة الحلقية.

الحالة 3: يتم تغذية عقد الشبكة بنسبة 75% من الشبكة الشجرية المختارة وبنسبة % 25 من الأنابيب الثانوية التي تم حذفها

بإعادة حل الشبكة السابقة بإعادة توزيع الغزارات فيها بنسبة الربع في الأنابيب الثانوية و ثلاثة أرباع في الأنابيب الرئيسية ، وبنفس الأقطار المفروضة سابقا في الحالة 2 لكل خط واصل بين عقدتين ومن ثم يتم حساب الفواقد بالمتر الطولي، و صياغة المعادلات المتعلقة بتابع الهدف والقيود.

صياغة المعادلات:

تابع الهدف :

$$\text{Min C} = 80X_1 + 70X_2 + 60X_3 + 50X_4 + 60X_5 + 50X_6 + 40X_7 + 30X_8 + 60X_9 + 50X_{10} + 40X_{11} + 30X_{12} + 30X_{13} + 40X_{14} + 50X_{15} + 60X_{16} + 70X_{17} + 60X_{18} + 50X_{19} + 50X_{20} + 40X_{21} + 30X_{22} + 25X_{23}$$

القيود:

قيود الفواقد:

$$0.01919X_1 + 0.04148X_2 + 0.10321X_3 + 0.31496X_4 + 0.01530X_{17} + 0.03806X_{18} + 0.11616X_{19} \leq 50$$

$$0.01919X_1 + 0.04148X_2 + 0.10321X_3 + 0.31496X_4 + 0.01592X_5 + 0.04857X_6 + 0.20469X_7 + 1.55437X_8 \leq 70$$

قيود الحلقات:

الحلقة الأولى:

$$0.01919X_1 + 0.04148X_2 + 0.10321X_3 + 0.31496X_4 + 0.01592X_5 + 0.04857X_6 + 0.20469X_7 + 1.55437X_8 - 0.00184X_9 - 0.00562X_{10} - 0.02369X_{11} - 0.17990X_{12} - 0.17990X_{13} - 0.02369X_{14} - 0.00562X_{15} - 0.00184X_{16} = 0$$

الحلقة الثانية:

$$-0.01592X_5 - 0.04857X_6 - 0.20469X_7 - 1.55437X_8 + 0.01530X_{17} + 0.03806X_{18}$$
$$+ 0.11616X_{19} - 0.01291X_{20} - 0.05439X_{21} - 0.41300X_{22} - 1.26038X_{23} = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 400m$$

$$X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 500m$$

$$X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} = 450m$$

$$X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} = 500m$$

$$X_{17} + X_{18} + X_{19} = 300m$$

$$X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} = 700m$$

بحل المعادلات نحصل على قيم المتغيرات وتابع الكلفة الأصغري.

قيمة المتغيرات موضحة بالجدول (4-15)

(الغزارة، طول الخط، رقمه)	متغير القرار	القطر الموافق له	قيمته
(1,400,247)	X1	350	0
	X2	300	400
	X3	250	
	X4	200	0
(2,500,97)	X5	250	
	X6	200	500
	X7	150	0
	X8	100	0
(3,450,33)	X9	250	0
	X10	200	0
	X11	150	450

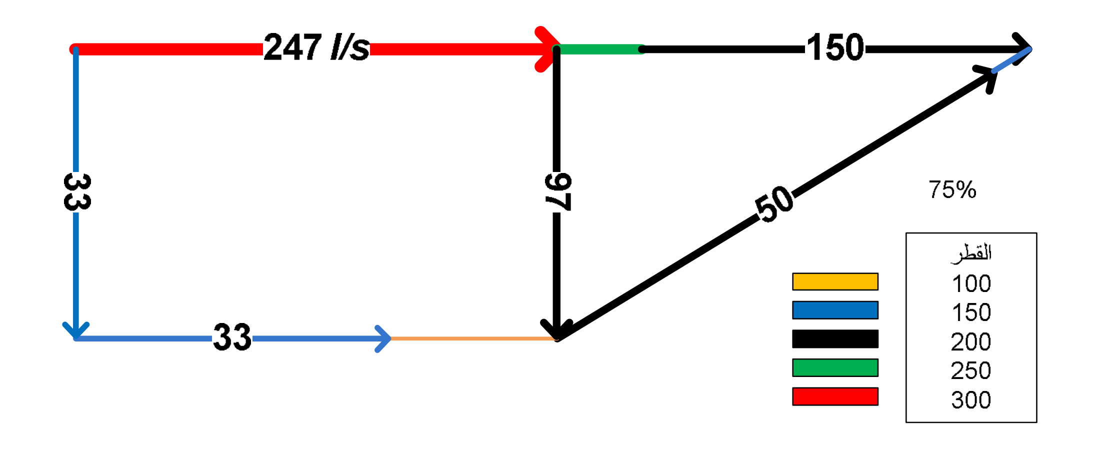
(الغزارة، طول الخط، رقمه)	متغير القرار	القطر الموافق له	قيمته
	X12	100	0
(4,500,33)	X13	100	117.6
	X14	150	382.4
	X15	200	0
	X16	250	0
(5, 300,150)	X17	300	0
	X18	250	18.4
	X19	200	281.6
(6,700,50)	X20	200	697.9
	X21	150	2.1
	X22	100	0
	X23	80	0

الجدول (4-15) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الصغرى

كلفة الشبكة = 139986.8 وحدة نقدية

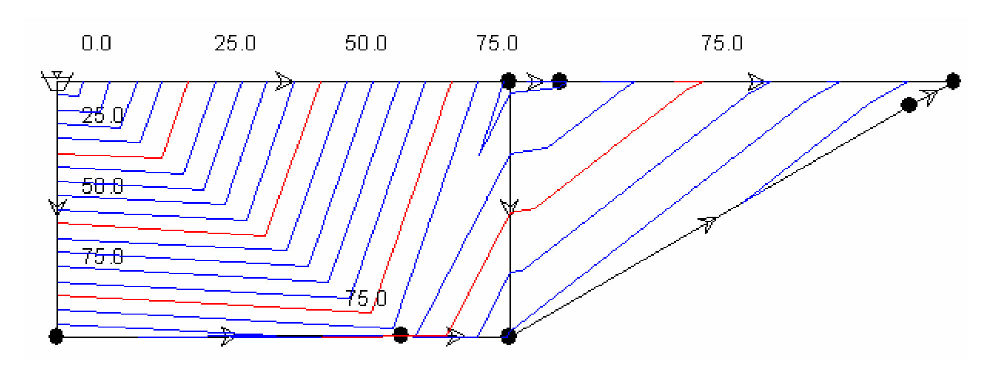
نلاحظ أيضاً الخيارات المتعددة للأنابيب حيث تم اختيار قطرين لبعض الأنابيب وقطر واحد لبعضها الآخر.

يوضح الشكل التالي أطوال الأقطار الموافقة للتصميم الأمثل للشبكة:



الشكل (4-16) تصميم الشبكة (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة الثلاثة أرباع من الأنابيب الرئيسية، والربع من الأنابيب الثانوية)

ونلاحظ من الشكل (4-17) أن متطلبات الضغط محققة في جميع العقد.



الشكل (4–17) مخطط خطوط تساوي الضغط في الشبكة

الحالة 4: يتم تغذية عقد الشبكة بنسبة 50% من الشبكة الشجرية المختارة وبنسبة % 50 من الأنابيب الثانوية التي تم حذفها

بإعادة حل الشبكة السابقة بإعادة توزيع الغزارات فيها بنسبة النصف في الأنابيب الثانوية والنصف في الأنابيب الرئيسية، وباعتماد الأقطار المبينة في الجدول (4-16) لكل خط واصل بين عقدتين، وبعد حساب ميل الخط الهيدروليكي لكل أنبوب من الأنابيب المرشحة للاختيار.

قيمته	المتغير	(الغزارة، طول الخط، رقمه)
100	X15	(4,500,90)
150	X16	
200	X17	
250	X18	
300	X19	
300	X20	(5, 300,100)
250	X21	
200	X22	
150	X23	
300	X24	(6,700,100)
250	X25	
200	X26	
150	X27	
100	X28	
80	X29	

قيمته	المتغير	(الغزارة، طول الخط، رقمه)
350	X1	(1,400, 190)
300	X2	
250	X3	
200	X4	
300	X5	(2,500,90)
250	X6	
200	X7	
150	X8	
100	X9	
300	X10	(3,450,90)
250	X11	
200	X12	
150	X13	
100	X14	

الجدول (4–16) جدول بيانات الأنابيب وخيارات الأقطار

يمكن صياغة المسألة على النحو التالي:

تابع الهدف:

$$\text{Min } C = 80X_1 + 70X_2 + 60X_3 + 50X_4 + 70X_5 + 60X_6 + 50X_7 + 40X_8 + 30X_9 + 70X_{10} + 60X_{11} + 50X_{12} + 40X_{13} + 30X_{14} + 30X_{15} + 40X_{16} + 50X_{17} + 60X_{18} + 70X_{19} + 70X_{20} + 60X_{21} + 50X_{22} + 40X_{23} + 70X_{24} + 60X_{25} + 50X_{26} + 40X_{27} + 30X_{28} + 25X_{29}$$

قيود الفواقد:

$$0.01135X_1 + 0.02454X_2 + 0.06107X_3 + 0.18637X_4 + 0.00680X_{20} + 0.01692X_{21} + 0.05163X_{22} + 0.21755X_{23} \le 50$$

$$0.01135X_1 + 0.02454X_2 + 0.06107X_3 + 0.18637X_4 + 0.00551X_5 + 0.01370X_6 + 0.04182X_7 + 0.17621X_8 + 1.33812X_9 \le 70$$

قيود الحلقات:

الحلقة الأولى:

$$0.01135X_1 + 0.02454X_2 + 0.06107X_3 + 0.18637X_4 + 0.00551X_5 + 0.01370X_6 + 0.04182X_7 + 0.17621X_8 + 1.33812X_9 - 0.00551X_{10} - 0.01370X_{11} - 0.04182X_{12} - 0.17621X_{13} - 1.33812X_{14} - 1.33812X_{15} - 0.17621X_{16} - 0.04182X_{17} - 0.01370X_{18} - 0.00551X_{19} = 0$$

الحلقة الثانية:

$$-0.00551X_5 - 0.01370X_6 - 0.04182X_7 - 0.17621X_8 - 1.33812X_9 + 0.00680X_{20} + 0.01692X_{21} + 0.05163X_{22} + 0.21755X_{23} - 0.00680X_{24} - 0.01692X_{25} - 0.05163X_{26} - 0.21755X_{27} - 1.65200X_{28} - 5.04150X_{29} = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 400m$$

$$X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 = 500m$$

$$X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 450m$$

$$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} = 500m$$

$$X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} = 300m$$

$$X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} = 700m$$

بحل النموذج السابق نحصل على القيم التالية للمتغيرات والذي يمثل تصمي الشبكة:

(الغزارة، طول الخط، رقمه)	المتغير		قيمته
(1,400 190)	X1	350	0
	X2	300	196.5
	X3	250	203.5
	X4	200	0
(2,500,90)	X5	300	0
	X6	250	0
	X7	200	500
	X8	150	0
	X9	100	0
(3,450,90)	X10	300	0
	X11	250	55.7
	X12	200	394.3
	X13	150	0
	X14	100	0

(الغزارة، طول الخط، رقمه)	المتغير		قيمته
(4,500,90)	X15	100	0
	X16	150	0
	X17	200	500
	X18	250	0
	X19	300	0
(5, 300,100)	X20	300	0
	X21	250	0
	X22	200	195.9
	X23	150	104.1
(6,700,100)	X24	300	0
	X25	250	700
	X26	200	
	X27	150	0
	X28	100	0
	X29	80	0

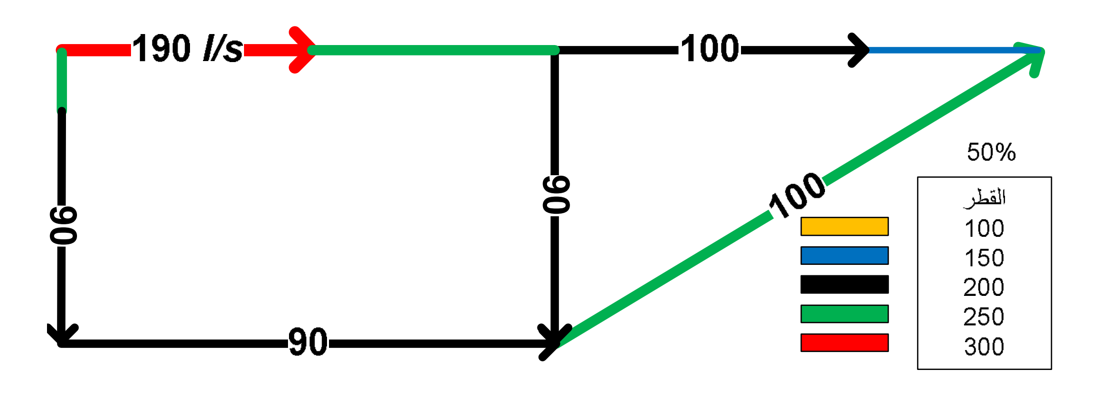
الجدول (4–17) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الصغرى

وتكون كلفة الشبكة = 154981.9 **وحدة نقدية**

يلاحظ أن التوزع الجديد للغزارات في أنابيب الشبكة قد أدى للحصول على تصميم جديد لأنابيب الشبكة لا يختلف اختلافاً جذرياً عن التصميم الناتج في الحالتين السابقتين حيث أن الأقطار المختارة للأنابيب تتراوح جميعها ما بين mm 300 و150. فلم يتم اختيار أي أنبوب يزيد عن mm 300 على الرغم من أن هذا الخيار كان مسموحا. كذلك لم يتم اختار بقطر أقل من mm 150 عدا أنبوب

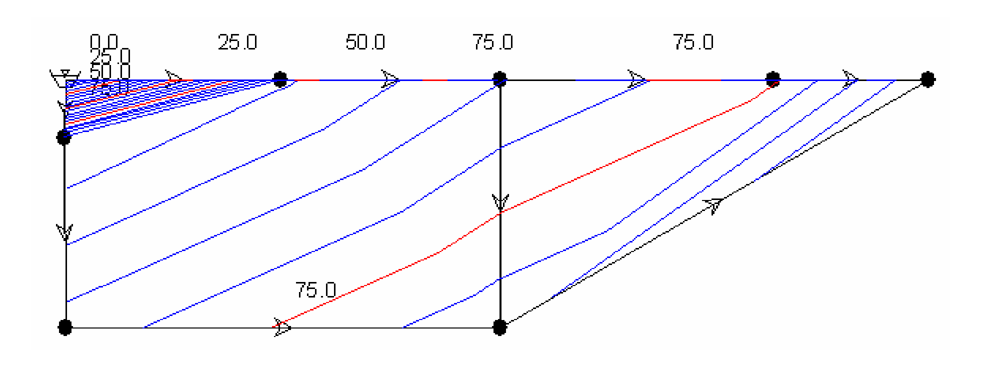
واحد، على الرغم من توفر هذا الخيار أيضا. كما نلاحظ بشكل عام زيادة أقطار الأنابيب للخطوط التي زادت الغزارة فيها نتيجة إعادة توزيع الغزارة في الخطوط الرئيسية والثانوية، ونقصان أقطار الأنابيب للخطوط التي نقصت فيها الغزارة.

يوضح الشكل التالي أطوال الأقطار الموافقة للتصميم الأمثل للشبكة:



الشكل (4-18) تصميم الشبكة (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة النصف من الأنابيب الرئيسية، والنصف من الأنابيب الثانوية)

ونلاحظ من الشكل (4-19) أن متطلبات الضغط محققة في جميع العقد.



الشكل (4-19) مخطط خطوط تساوي الضغط في الشبكة

يبين الشكل (4-20) مخطط كلفة الشبكة الناتجة في الحالات التصميمية الأربعة السابقة، أي في حال كون عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغدى بالكامل (أي بنسبة 100%) عن طريق الشبكة الشجرية المقتبسة من الشبكة الحلقية، وفي حال كون عقد الشبكة تتغذى بنسبة 75% و 67% و50% عن طريق الشبكة الشجرية.

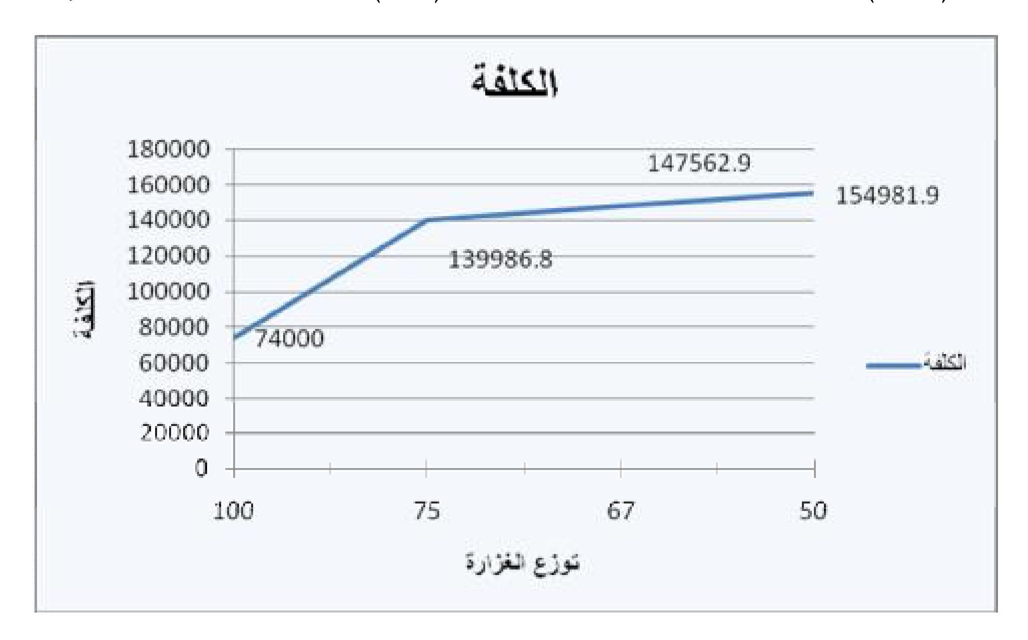
يلاحظ بوضوح من المخطط أن كلف الشبكات الحلقية الناتجة مهما اختلفت نسبة الغزارات التي تنقلها عبر أنابيبها الرئيسية والثانوية فإنها تزيد بشكل ملحوظ عن كلفة الشبكة الشجرية التي تؤمن تغذية جميع العقد بعدد أقل من الأنابيب.

يلاحظ كذلك أن الشبكات الحلقية الناتجة عن عملية التصميم باستخدام البرمجة الخطية تتباين فيما بينها من حيث الكلفة بنسب لا تزيد عن 10%.

بمقارنة الكلف للشبكة الموضحة بالشكل (4-6) نجد:

الحالة	نسبة التغذية من الأنابيب الرئيسية	الكلفة
شبكة شجرية	100	74000
حلقية	75	139986.8
حلقية	67	147562.9
حلقية	50	154981.9

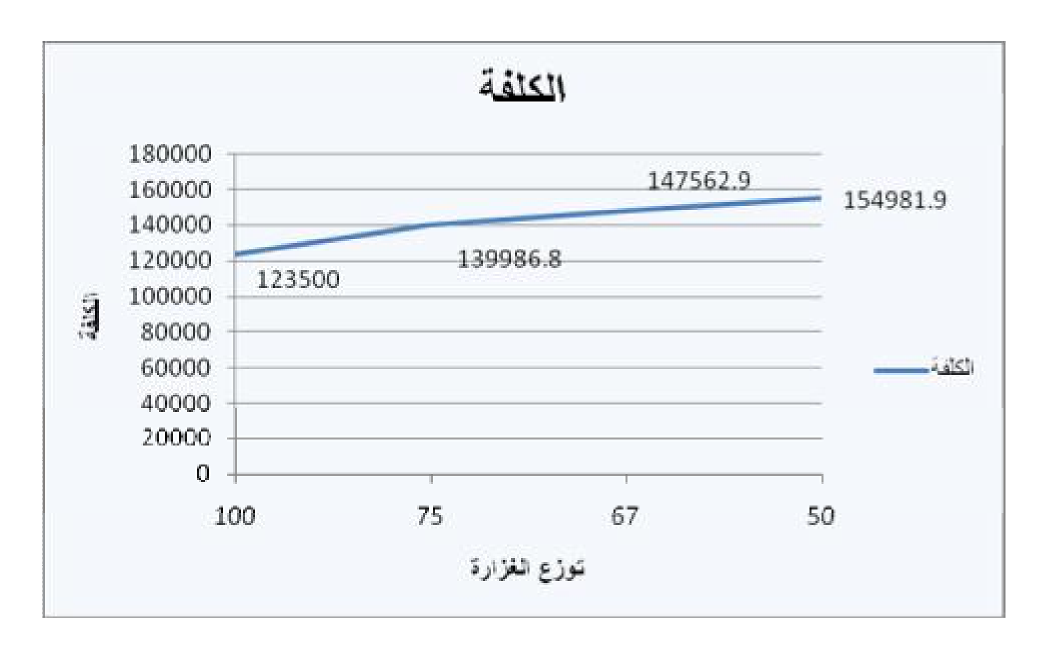
الجدول (4–18) مقارنة الكلف للشبكة الموضحة بالشكل (4–6) بدون إضافة كلفة الأنابيب الإنشائية



الشكل (4–20) مخطط مقارنة الكلف

الحالة	نسبة التغذية من الأنابيب الرئيسية	الكلفة
شبكة	100	123500
شبكة حلقية	75	139986.8
شبكة حلقية	67	147562.9
شبكة حلقية	50	154981.9

الجدول (4–19) مقارنة الكلف للشبكة الموضحة بالشكل(4–6) مع إضافة كلفة الأنابيب الإنشائية



الشكل (4–21) مخطط مقارنة الكلف

يلاحظ في الشكل (4-21) والجدول (4-19) أنه حتى لو تم استخدام أنابيب بأقطار إنشائية مكان الأنابيب التي تمت إزالتها أثناء عملية استخراج الشبكة الشجرية المعتمدة وفق ما اقترحه بعض الباحثون، فإن كلفة الشبكة الناتجة تبقى أقل من كلفتها في الحالات التصميمية الثلاث الأخرى.

الفصل الخامس

تطبيق البرمجة الديناميكية في حل شبكات المياه

مقدمة:

جرى في هذا الفصل دراسة تطبيق طريقة أخرى من طرائق الأمثلة هي البرمجة الديناميكية في تصميم شبكات الأنابيب، وقد جرى مقارنة التصميم الناتج في هذه الحالة مع التصميم الناتج في حالة البرمجة الخطية. وتبين أن كلا الطريقتين تؤديان للحصول على تصاميم متشابهة.

تعد البرمجة الديناميكية واحدة من أبسط طرق الأمثلة من حيث مبدأ عملها، ويمكن استخدامها بدون الحاجة لبرمجيات خاصة. التقنية هي في الواقع طريقة منهجية لاختيار برنامج أمثلي من سلسلة متعاقبة من الاحتمالات ولا تتضمن أية علاقات رياضية. تستخدم الطريقة لإيجاد أكثر الأقطار اقتصادية بواسطة تحديد كل التراتيب الممكنة لأقطار أنابيب الشبكة مع بعضها.

بخلاف طريقة البرمجة الخطية فان البرمجة الديناميكية هي مبدأ أكثر منها طريقة رياضية (نموذج رياضي محدد)، ولذلك فلا توجد خوارزميات قياسية (نموذجية) متوافرة لحل مسألة البرمجة الديناميكية.

يمكن تلخيص فوائد هذه الطريقة بالنقاط التالية:

1. مفيدة للتصميم الهندسي من حيث مرونة الطريقة، حيث أنها مبدأ وليست نموذجاً رياضياً.
2. فعاليتها في الكثير من المسائل حيث تصبح مفضلة على عمليات الأمثلة الأخرى المتاحة والمعتمدة على نماذج رياضية معقدة
3. من خلال التدريب تصبح البرمجة الديناميكية سهلة وبسيطة.

العائق الرئيسي لهذه الطريقة يتمثل بأنها تتطلب في حالات عديدة كمية كبيرة من البيانات لتخزينها ويمكن استخدامها في الشبكات الشجرية فقط.

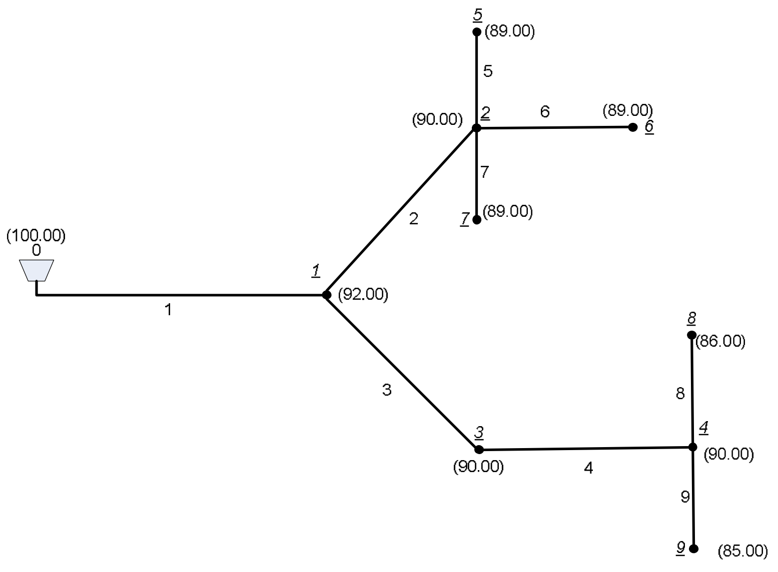
1.5 مثال: تصميم شبكة شجرية باستخدام البرمجة الديناميكية:

اقتبس هذا المثال من كتاب (Bhave 2003)، حيث جرى تصميم الشبكة الشجرية الموضحة بالشكل (5-1) باستخدام البرمجة الديناميكية.

تتألف الشبكة من تسعة أنابيب، وتسعة عقد تفرع وخزان منسوب الماء فيه *m* 100. الضواغط الدنيا الواجب توفرها عند العقد موضحة على الشكل (5-1)، في حين يبين الجدول (5-1) أطوال خطوط الاتصال في الشبكة. كذلك يبين الجدول (5-2) الاستهلاك الواجب تأمينه عند كل عقدة، وهو بمثابة الحمل المطبق على الشبكة. كما يبين الجدول (5-3) الغزارات الجارية في كل خط اتصال من خطوط الشبكة والتي جرى تحديدها من الغزارات عند العقد. الجدول (5-4) يبين كلفة المتر الطولي من كل أنبوب ذو قطر معين مرشح للاستخدام في عملية تصميم الشبكة.

رقم الخط	طوله *m*
1	1000
2	600
3	500
4	500
5	300
6	400
7	300
8	400
9	500

الجدول (5−1) أطوال الخطوط



الشكل (5−1) شبكة شجرية مؤلفة من تسعة خطوط

رقم العقدة	الاستهلاك m^3/min
1	1.4
2	3
3	2.5
4	2
5	1.6
6	1.2
7	1.3
8	0.8
9	1.2

الجدول (5–2)

رقم الخط	الغزارة m^3/min	الغزارة m^3/s
1	15	0.25
2	7.1	0.118
3	6.5	0.108
4	4	0.0667
5	1.6	0.0267
6	1.2	0.02
7	1.3	0.0217
8	0.8	0.0133
9	1.2	0.02

الجدول (5–3)

القطر *mm*	الكلفة (وحدة نقدية)
100	619
150	930
200	1279
250	1750
300	2260
400	3415
500	4864
600	6493
700	8290

الجدول (5–4) كلفة المتر الطولي لكل قطر

يبين الجدول (5-5) التصميم الناتج في هذه الحالة من حيث أقطار الأنابيب التي جرى اختيارها لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة. وقد بلغت كلفة الشبكة المصممة في هذه الحالة: 11,634,000 وحدة نقدية.

القطر *mm*	رقم الخط
500	1
350	2
400	3
300	4
200	5
200	6
200	7
150	8
200	9

الجدول (5–5) أقطار الأنابيب الموافقة للحل ذو الكلفة الدنيا

يلاحظ من الجدول أنه جرى اختيار أنبوب ذو قطر وحيد لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة وهذا من خصائص طريقة البرمجة الديناميكية بخلاف طريقة البرمجة الخطية التي تسمح بتعدد الأقطار للخط الواحد، هذا التعدد يسمح عادة مع مراعاة نفس الشروط التصميمية بالحصول على شبكة أقل كلفة. سنقوم في الفقرة القادمة بإعادة تصميم الشبكة السابقة بطريقة البرمجة الخطية لمقارنة الكلفة الناتجة.

2.5 إعادة تصميم الشبكة باستخدام البرمجة الخطية:

جرى في هذه الفقرة إعادة تصميم الشبكة المبينة في الشكل (5-1) باستخدام طريقة البرمجة الخطية التي تعرضنا لها في الفصل السابق ووفق نفس المعطيات والقيود الموضحة في الفقرة السابقة.

يبين الجدول (5-6) أقطار الأنابيب المرشحة للاستخدام في التصميم في كل خط من خطوط الاتصال في الشبكة.

القطر	المتغير	رقم الخط
700	X1	1
600	X2	
500	X3	
400	X4	
300	X5	
500	X6	2
400	X7	
300	X8	
250	X9	
200	X10	
500	X11	3
400	X12	
300	X13	
250	X14	
200	X15	
500	X16	4
400	X17	
300	X18	
250	X19	
200	X20	
300	X21	5
250	X22	
200	X23	
150	X24	
100	X25	
250	X26	6
200	X27	
150	X28	
100	X29	
250	X30	7
200	X31	
150	X32	
100	X33	
250	X34	8
200	X35	
150	X36	
100	X37	
250	X38	9
200	X39	
150	X40	
100	X41	

الجدول (5-6) الأقطار المرشحة لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة

يمكن بناء على ما سبق صياغة مسألة التصميم الأمثل للشبكة باستخدام البرمجة الخطية على الشكل التالي:

تابع الهدف الناتج عن تطبيق الخيارات السابقة:

$$Z = 8290.3X1 + 6493.2X2 + 4863.6X3 + 3414.7X4 + 2259.9X5 +$$
$$4863.6X6 + 3414.7X7 + 2259.9X8 + 1749.9X9 + 1279.5X10 +$$
$$4863.6X11 + 3414.7X12 + 2259.9X13 + 1749.9X14 + 1279.5X15 +$$
$$4863.6X16 + 3414.7X17 + 2259.9X18 + 1749.9X19 + 1279.5X20 +$$
$$2259.9X21 + 1749.9X22 + 1279.5X23 + 930.2X24 + 619.1X25 +$$
$$1749.9X26 + 1279.5X27 + 930.2X28 + 619.1X29 + 1749.9X30 +$$
$$1279.5X31 + 930.2X32 + 619.1X33 + 1749.9X34 + 1279.5X35 +$$
$$930.2X36 + 619.1X37 + 1749.9X38 + 1279.5X39 + 930.2X40 + 619.1X41$$

القيود:

قيود الفواقد: وتنص على أن مجموع الفواقد على أي مسار بين مصدر تغذية الشبكة (الخزان) وعقدة طرفية من عقد الشبكة يجب ألا يزيد عن فرق منسوب الضاغط البيزومتري بين الخزان والعقدة، ويكون منسوب الضاغط البيزومتري عند العقدة يساوي منسوب العقدة إضافة إلى الضاغط الأدنى الواجب توافره عند العقدة لتحقيق متطلبات الخدمة.

المسار من الخزان إلى العقدة (5):

$$0.00081X1 + 0.00175X2 + 0.00434X3 + 0.01326X4 + 0.05587X5 +$$
$$0.00097X6 + 0.00297X7 + 0.01252X8 + 0.03115X9 + 0.09506X10 +$$
$$0.00064X21 + 0.00158X22 + 0.00483X23 + 0.02034X24 + 0.15448X25$$
$$\leq 11$$

المسار من الخزان إلى العقدة (6):

$$0.00081X1 + 0.00175X2 + 0.00434X3 + 0.01326X4 + 0.05587X5 +$$
$$0.00097X6 + 0.00297X7 + 0.01252X8 + 0.03115X9 + 0.09506X10 +$$
$$0.00089X26 + 0.00272X27 + 0.01144X28 + 0.0869X29 \leq 11$$

المسار من الخزان إلى العقدة (7):

$$0.00081X1 + 0.00175X2 + 0.00434X3 + 0.01326X4 + 0.05587X5 +$$
$$0.00097X6 + 0.00297X7 + 0.01252X8 + 0.03115X9 + 0.09506X10 +$$
$$0.00104X30 + 0.00319X31 + 0.01343X32 + 0.10198X33 \leq 11$$

المسار من الخزان إلى العقدة (8):

$$0.00081X1+0.00175X2+0.00434X3+0.01326X4+0.05587X5+$$
$$0.00082X11+0.00249X12+0.01049X13+0.02611X14+0.07967X15+$$
$$0.00031X16+0.00094X17+0.00397X18+0.00989X19+0.03017X20+$$
$$0.0004X34+0.00121X35+0.00509X36+0.03862X37\leq 14$$

المسار من الخزان إلى العقدة (9):

$$0.00081X1+0.00175X2+0.00434X3+0.01326X4+0.05587X5+$$
$$0.00082X11+0.00249X12+0.01049X13+0.02611X14+0.07967X15+$$
$$0.00031X16+0.00094X17+0.00397X18+0.00989X19+0.03017X20+$$
$$0.00089X38+0.00272X39+0.01144X40+0.0869X41\leq 15$$

قيود أطوال الأنابيب

$$X1+X2+X3+X4+X5=1000$$

$$X6+X7+X8+X9+X10=600$$

$$X11+X12+X13+X14+X15=500$$

$$X16+X17+X18+X19+X20=500$$

$$X21+X22+X23+X24+X25=300$$

$$X26+X27+X28+X29=400$$

$$X30+X31+X32+X33=300$$

$$X34+X35+X36+X37=400$$

$$X38+X39+X40+X41=500$$

الحل:

يبين الجدول(5-7) التصميم الأمثل للشبكة (ذو الكلفة الدنيا) الناتج باستخدام البرمجة الخطية والذي يحقق القيود المشار إليها. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطرين مختلفين للعديد من خطوط الاتصال (2، 4، 6، 7، 9).

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	700	0
	X2	600	0
	X3	500	1000
	X4	400	0
	X5	300	0
2	X6	500	0
	X7	400	241.31
	X8	300	358.69
	X9	250	0
	X10	200	0
3	X11	500	0
	X12	400	0
	X13	300	500
	X14	250	0
	X15	200	0
4	X16	500	0
	X17	400	0
	X18	300	434.33
	X19	250	65.67
	X20	200	0
5	X21	300	0
	X22	250	0
	X23	200	300
	X24	150	0
	X25	100	0
6	X26	250	0
	X27	200	358.51
	X28	150	41.49
	X29	100	0
7	X30	250	0
	X31	200	251.95
	X32	150	48.05
	X33	100	0
8	X34	250	0
	X35	200	0
	X36	150	400
	X37	100	0
9	X38	250	0
	X39	200	307.90
	X40	150	192.10
	X41	100	0

الجدول (5–7) الأقطار الموافقة للتصميم ذو الكلفة الدنيا

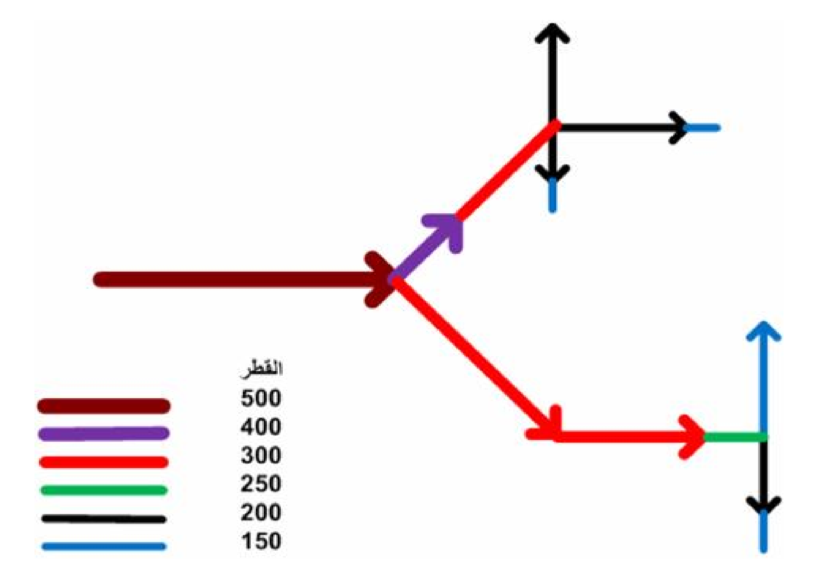
يلاحظ أن كلفة الشبكة الناتجة في هذه الحالة هي 10,917,431 وحدة نقدية وهي أخفض من الكلفة الناتجة عن حل الشبكة بطريقة البرمجة الديناميكية، وبمقارنة الأقطار الموافقة للتصميم الأمثل للشبكة في كلا الطريقتين والموضحة في الجدول (5-8):

القطر الذي تم اختياره بطريقة البرمجة الخطية	القطر الذي تم اختياره بطريقة البرمجة الديناميكية	رقم الخط
500	500	1
400/300	350	2
300	400	3
300/250	300	4
200	200	5
200 /150	200	6
200 /150	200	7
150	150	8
200 /150	200	9

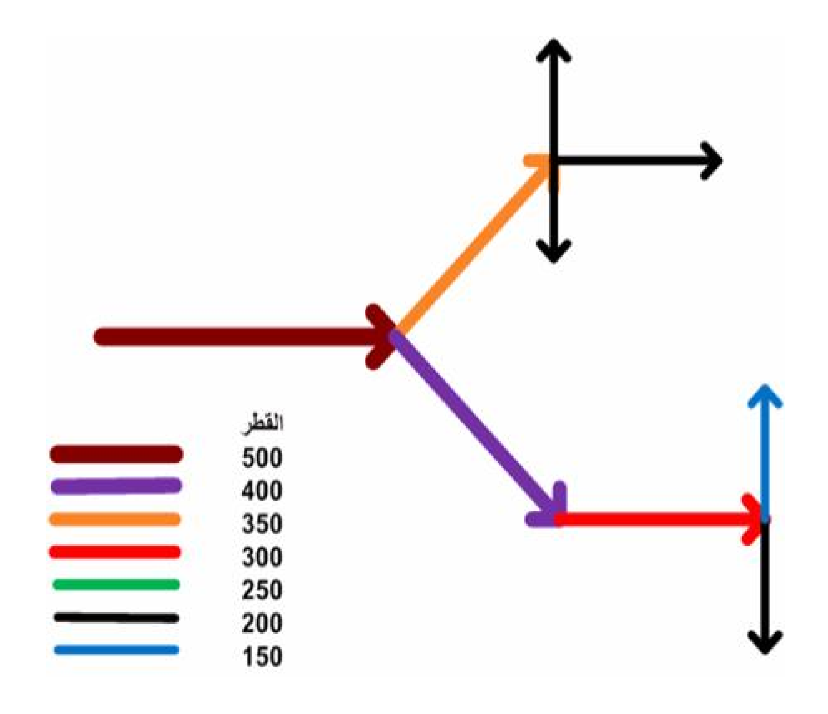
الجدول (5–8) مقارنة الأقطار الموافقة للتصميم الأمثل للشبكة في كل من طريقة البرمجة الخطية والديناميكية

نلاحظ أن إمكانية اختيار قطرين مختلفين في طريقة البرمجة الخطية قد سمحت لبعض الخطوط مثلاً (6، 7، 9) باختيار قطرين (*mm*150، 200) على كامل طول الخط بدل من اختيار قطر (*mm* 200) على كامل طول الخط كما في طريقة البرمجة الديناميكية مما انعكس على الكلفة وسمح بتخفيضها.

يبين الشكلان (5-2) و(5-3) مقارنة للتصميمين الناتجين بطريقتي البرمجة الخطية البرمجة الديناميكية.



الشكل (5–2) التصميم الناتج عن طريقة البرمجة الخطية



الشكل (5–3) التصميم الناتج عن طريقة البرمجة الديناميكية

الفصل السادس

تطبيق الخوارزميات الجينية في حل شبكات المياه

مقدمة:

جرى في هذا الفصل تطبيق طريقة جديدة من طرائق الأمثلة هي الخوارزميات الجينية في تصميم شبكات أنابيب المياه. وقد جرى مقارنة التصميم الناتج في هذه الحالة مع التصميم الموافق في حالة البرمجة الخطية. وتبين أن كلا الطريقتين تؤديان إلى الحصول على تصاميم متقاربة الكلفة.

إن وجود تقنية لتحديد الكلفة الأقل لشبكة ما بشكل مباشر دون اللجوء إلى طريقة التجربة والتصحيح سيكون الخيار المفضل في عملية البحث عن الحل الاقتصادي، لكن طبيعة المسألة في الشبكة الحلقية لا تسمح بوجود تقنية مباشرة وأكيدة للأمثلة بشكل عام، حيث تكمن المشكلة في أن العلاقة بين أقطار الأنابيب والجريان والفواقد والكلفة ليست خطية، ومعظم تقنيات الأمثلة الرياضية العادية تتطلب علاقات خطية. هناك عددا من الحالات التي أمكن استخدام تقنية رياضية للأمثلة ولكن هذه الحالات عادة تكون الشبكات شجرية. أما لأمثلة شبكات حلقية فإننا سنحتاج تقنية بحث عشوائي أو احتمالي ومن أشهرها طريقة الخوارزميات الجينية.

الخوارزميات الجينية؛ كما تم شرح مبدأها في الفصل الثالث؛ تعتمد على محاكاة مبسطة لعملية التطور والذي يعتبر عملية طبيعية تنمو عن طريقها الكائنات من خلالها وتتطور من أجيال سابقة (مبكرة) ثم يحدد مدى قدرتها على الاستمرار ونقل مورثاتها للأجيال اللاحقة بقدرتها على التكيف مع بيئتها ،تم تأسيس الأساس النظري للخوارزميات الجينية من قبل هولاند (1975) كما تم ذكره سابقا.

في التطور الطبيعي للكائنات يوجد كروموزوم (صبغي) يحمل المعلومات الجينية الذي يجسد الخصائص الفردية المميزة له، وبشكل مشابه في طريقة الخوارزميات الجينية فان الحل التجريبي لبحث أو مسألة أمثلة يتم تمثيله ببنية رمزية مميزة مثل سلسة من نظام الترقيم الثنائي والذي يأخذ إما القيمة 1 أو0 .

يوجد في الطبيعة كما هو معلوم مبدأ داروين الذي ينص على أن البقاء للأفضل، حيث تكون فرص بقاء الأفراد على قيد الحياة وإنتاج أجيال لاحقة معتمداً على ملائمة الأفراد، هذه الملائمة للبيئة المحيطة يمكن قياسها بالنسبة للشروط المفروضة من قبل البيئة، وإمكانية إعادة الإنتاج (الاستمرار) يمكن قياسه بمدى ملاءمة الأفراد نسبيا أي بقياسها نسبة إلى مدى ملاءمة الأعضاء المرافقين ضمن المجموعة نفسها للأفراد.

وبشكل مشابه فان الحلول في الخوارزميات الجينية تعطى قيمة ملاءمة والتي تقيس مدى جدارة الحل (قيمته) بالنسبة لمجموعة الأهداف التي يتم صياغتها وتحديدها، وبالتالي قدرته على الاستمرار ضمن مجموعة الحلول و نقل خصائصه إلى جيل جديد من الحلول.

1.6 تطبيق الخوارزميات الجينية لإيجاد الحل الأمثلي لشبكات الأنابيب:

توجد درجة جيدة من الحرية في طريقة صياغة نموذج الخوارزمية الجينية، يعرض أحد الباحثين DEJOG (1985) نموذجاً لتطبيق الخوارزمية الجينية في مجال شبكات مياه الأنابيب.

تم اختيار مخطط ترميز لتمثيل حلول تصميم شبكات الأنابيب كسلاسل من أرقام تمثل بالكروموزوم . ويتم تمثيل متغيرات القرار من خلالها (أقطار الأنابيب). وسيتم شرح نمط ترميز الحل بالفقرة التالية 6-1-1. وبعدها يتم تقييم هذه الكروموزومات اعتمادا على كلفتها، ثم يتم التحقق من تحقيق الكروموزومات للمتطلبات الهيدروليكية. الكروموزومات (الحلول) الغير محققة للشروط الهيدروليكية يتم إضافة كلفة جزاء إلى كلفتها، يليها إجراء العمليات (التصالب والطفرة) على الحلول الجيدة (ذات الكلفة الأقل)، ويتم تكرار هذه الخطوات حتى الوصول للحل الأمثل.

1.1.6 الترميز:

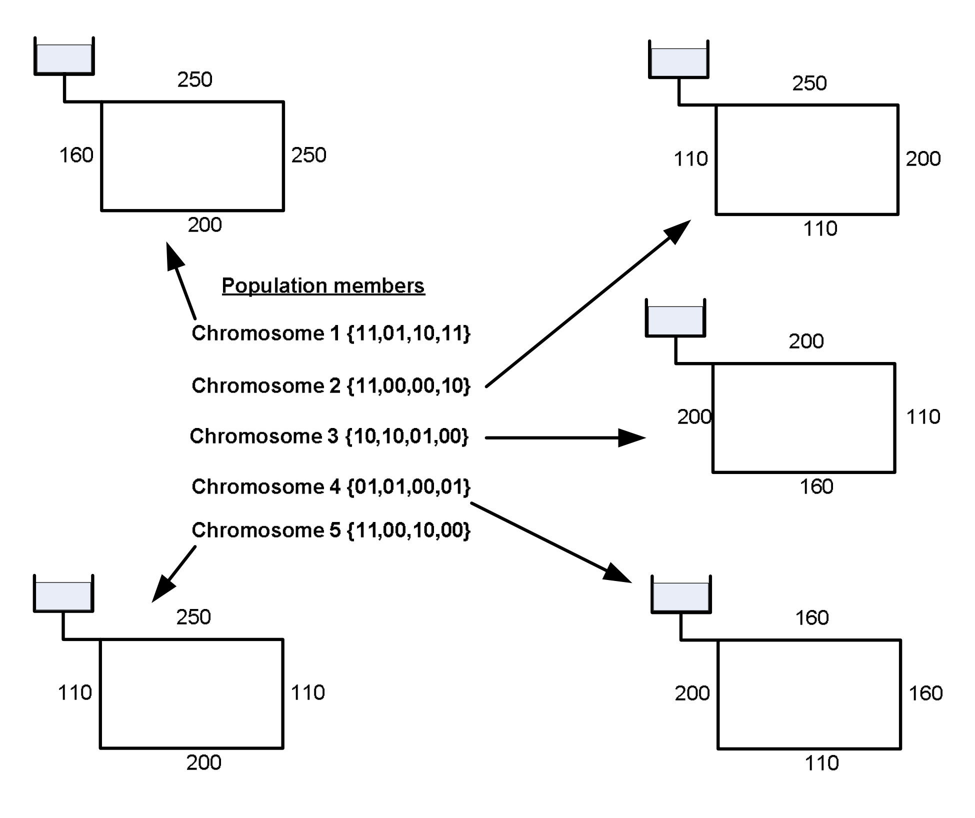
تم تطبيق الخوارزمية الجينية لأمثلة شبكة مياه الأنابيب الممثلة بالشكل (6-1)، وهي شبكة مؤلفة من أربعة أنابيب مرتبة في حلقة واحدة، مجموعة متغيرات المسألة (أقطار الأنابيب) تم ترميزها بالترميز الثنائي. عادة تولد مجموعة الحلول الأولية بشكل عشوائي وأفراد هذه المجموعة يمثلون حلول مختلفة لنفس المسألة.

باعتماد مجموعة مؤلفة من أربعة من الأقطار التجارية وهي (100.160.200.250) مقاسة بالمم. سيستخدم الترميز نظام العد الثنائي لتمثيل هذه الأقطار، ويمكن تمثيلها كالتالي:

القطر *mm*	الترميز المستخدم
100	00
160	01
200	10
250	11

الجدول (6–1) ترميز الأقطار

الشكل (1-6) يظهر مجموعة من الحلول الممكنة والترميز الموافق لكل منها .



الشكل (6–1) مجموعة من الحلول الممكنة والترميز الموافق لكل منها

2-1-6 التقييم:

عملية التقييم: هي إجراء يهدف إلى تصنيف وفرز مجموعة الحلول المقترحة والتي تم توليدها بشكل عشوائي بالخطوة السابقة إلى مجموعة حلول ممكنة ومجموعة مستبعدة .

هذا التصنيف يعتمد على كلفة الحل إضافة إلى تحقيق الحل للمتطلبات الهيدروليكية، ويمكن صياغة هذه العملية رياضياً باستخدام ما يسمى تابع الملاءمة.

تابع الملاءمة:

هو تابع رياضي تحدد قيمته أفضلية الحل، وتقاس قيمة هذا التابع عادة نسبياً بمقارنتها مع القيم الناتجة لهذا التابع للحلول الأخرى.

بالنسبة لتابع الملائمة للشبكات فيعطى عادة بالعلاقة التالية:

$$f(D_i) = \frac{1}{[f_{\cos t}(D_i) + \gamma(D_i)]} \qquad (1\text{-}6)$$

حيث :

$f_{\cos t}(D_i)$: كلفة الشبكة اعتمادا على الأقطار المختارة

$\gamma(D_i)$: كلفة الجزاء المعبرة عن عدم تحقق شروط الضاغط

كلفة الجزاء تتناسب هذه الكلفة طردا مع درجة تجاوز كل قيد من قيود الضغط و يتم تحديدها بواسطة العلاقة التالية:

$$\gamma(D) = \left(\sum_{i=1}^{NPN} R_{k,i} \left| H_i - H_i^L \right| \right)_D \qquad (2\text{-}6)$$

حيث :

$R_{k,i}$: معامل الجزاء للمستوى K من التجاوز وقيد الضغط ذو الرقم i يتم تحديده عن طريق البحث والتجريب

H_i: الضاغط في العقدة i

H_i^L : الضاغط الأصغري المسموح في العقدة i

ويمكن بنفس الطريقة إضافة كلفة جزاء متعلقة بعدم تحقق الضاغط الأعظمي في كل عقدة وكذالك شروط عدم تحقيق السرعة الدنيا والعظمى في الأنابيب.

2.6 خطوات الأمثلة في الخوارزميات الجينية:

هي خطوات منتظمة تستخدم في أمثلة شبكات توزيع المياه وتمثل كما يلي:

1- توليد مجموعة حلول أولية، تحوي كروموزومات مرمزة، بشكل عشوائي، حيث ان كل كروموزوم يمثل حل .

2- حساب الكلفة لكل حل في الخطوة السابقة. كل كروموزوم يتم حله (تفكيك شفرته) لاستخراج أقطار الأنابيب ومن ثم حساب كلفة الشبكة .

3- تحليل هيدروليكي لكل حل للشبكة، حيث يتم تحليلها لاستخراج الجريان بالأنابيب والضواغط في العقد الضواغط المتاحة في عقد الاستهلاك يرمز لها بـ (H_j^{av1}) ويتم مقارنتها مع الضغط

الأصغري المسموح في العقد (H_j^{min}) ،كما يتم ملاحظة الفرق بين الضاغطين في كل عقدة (H_j^{av1}- H_j^{min}).

4- حساب كلفة الجزاء للحلول الغير مقبولة (غير النافذة) واعتماد كلفة الحلول الممكنة.

5- حساب الكلفة الكلية، كلفة كل حل في مجموعة الحلول الممكنة تستخرج كمجموع لكلفة الشبكة وكلفة الجزاء.

6- حساب قيمة الملاءمة لكل كروموزوم (حل).

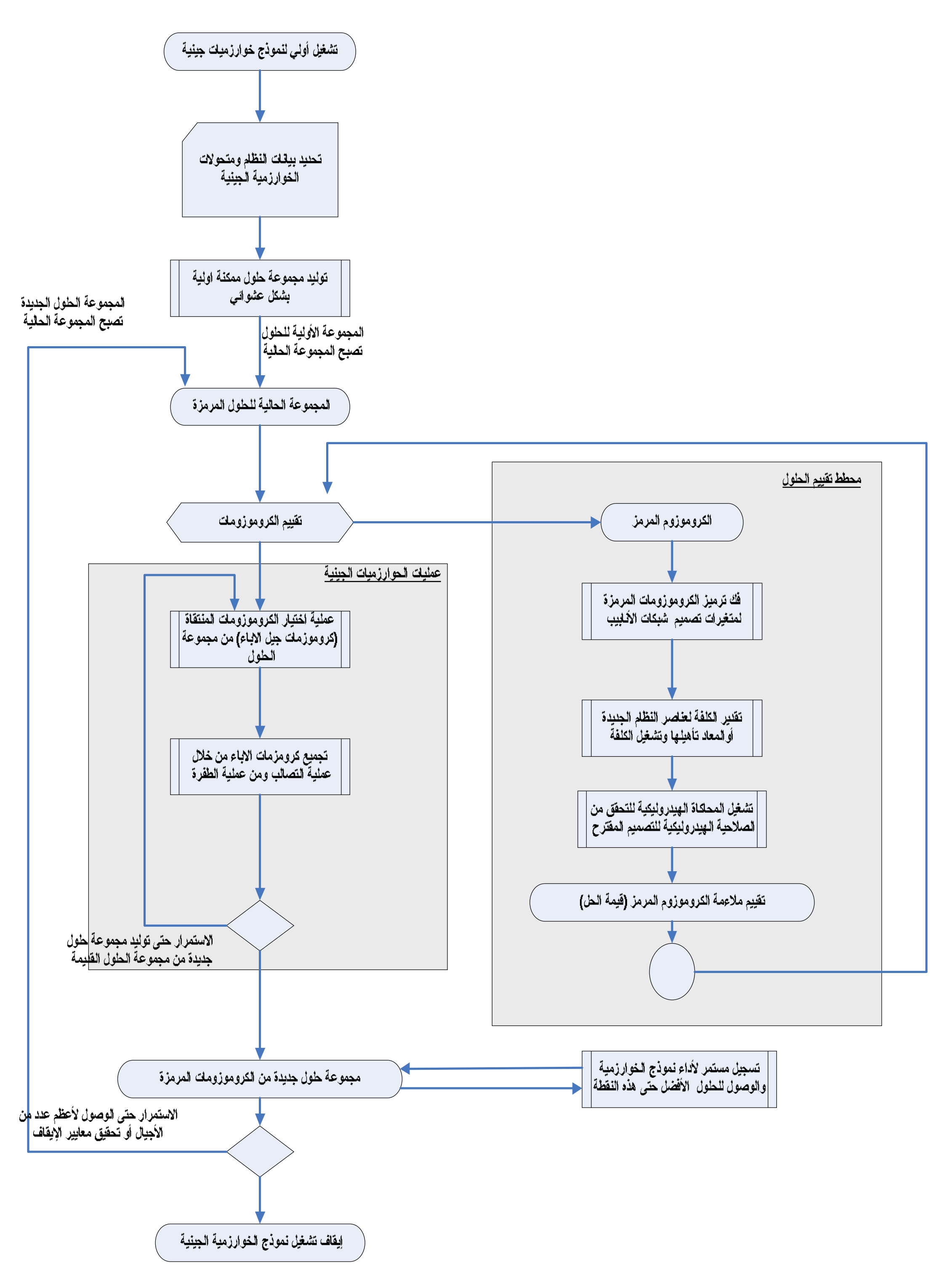
7- اختيار مجموعة حلول جديدة تحوي الكروموزومات الأكثر ملاءمة (الأقل كلفة)،حيث يتم اختيار الكروموزومات الجديدة اعتمادا على قيمة ملائمته.

8- التصالب وعن طريقها يتم إنتاج مجموعة حلول جديدة اعتمادا على مجموعة الحلول السابقة الأكثر ملاءمة (الأقل كلفة). يمكن العودة للفقرة (3-5-1) في الفصل الثالث.

9- الطفرة وتمثل تغيير بعض الخصائص للحلول (الأقطار) بشكل عشوائي وذلك يهدف ضمان الأخذ بعين الاعتبار مجموعة كبيرة من الاحتمالات الممكنة للحل .

10- إنتاج أجيال ناجحة. في هذه الخطوة يكون قد تم إنتاج أجيال ناجحة ، حيث يتم تخزين مجموعة من الكروموزومات ذات الكلفة الأقل، ثم يتم تكرار الخطوات السابقة للوصول إلى حلول ذات كلف أقل وتخزينها في المجموعة السابقة. تتوقف الخوارزمية عندما يصبح التباين في قيمة تابع الملاءمة ضئيلا بين الاجيال المتعاقبة للحلول .

المخطط التالي يوضح نموذج الخوارزميات الجينية المستخدم في حل شبكات المياه.



الشكل (6-2) نموذج الخوارزميات الجينية المستخدم في حل شبكات المياه

3.6 استخدام مشغل للخوارزميات الجينية في مسائل شبكات أنابيب المياه:

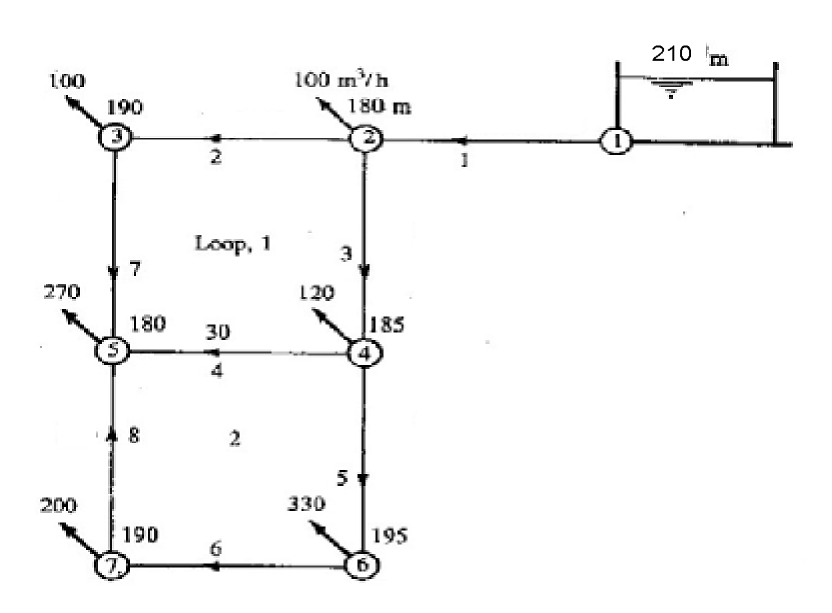
جرى تصميم إحدى شبكات الأنابيب الحلقية باستخدام الخوارزميات الجينية. ولهذا الغرض فقد استخدم برنامج Optidesigner المطور من قبل شركة Optiwater. يتطلب البرنامج إدخال أقطار الأنابيب المرشحة للاستخدام في التصميم مع كلفة المتر الطولي لكل منها. كما يتطلب إدخال شروط الضغط العظمى والصغرى الواجب توفرها عند عقد الشبكة، والشروط المتعلقة بالسرعة العظمى والصغرى للجريان في أنابيب الشبكة. ومن المعطيات التي يجب تحديدها وتلقينها للبرنامج هي قيم الجزاءات المتعلقة بتجاوز حدود الضغط.

يعتمد البرنامج المشار إليه على استخدام برنامج EPANET المطور من قبل وكالة حماية البيئة الأمريكية في الحسابات الهيدروليكية للشبكة ومن ثم تحديد كلف الحلول المقترحة.

4.6 تطبيق على شبكة حلقية مؤلفة من حلقتين:

يبين الشكل (6-3) الشبكة المقترحة (Alperovits and Shamir) والواردة في العديد من الكتب والتطبيقات.

تحوي الشبكة مصدر وحيد للتغذية وتعمل بالإسالة، وتتألف من ثمانية أنابيب تشكل فيما بينها حلقتين. أطوال جميع الخطوط تساوي إلى 1000 متر.



الشكل (6–3) شبكة حلقية تحوي حلقتين

يوضح الجدول (6-2) الاستهلاك والمنسوب عند كل عقدة.

رقم العقدة	الاستهلاك m^3/s	منسوب العقد m
1	-	210
2	0.0278	150
3	0.0278	160
4	0.0333	155
5	0.0750	150
6	0.0917	165
7	0.0556	160

الجدول (6–2) المنسوب والاستهلاك لكل عقدة

الضاغط الأصغري يجب ألا يقل عن 30 متر عند كل عقدة.

يبين الجدول (6-3) الأقطار المرشحة لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة وكلفة المتر الطولي الموافقة لكل قطر.

قطر الأنبوب mm	كلفة المتر الطولي من كل قطر (وحدة نقدية)
25	2
50	5
75	8
100	11
150	16
200	23
250	32
300	50
350	60
400	90
450	130
500	170
550	300
600	550

الجدول (6–3) كلف أقطار الأنابيب

الحل:

يظهر الجدول (6-4) تصميم الشبكة ذو الكلفة الدنيا الناتج باستخدام الخوارزميات الجينية والذي يحقق الشروط المشار إليها سابقاً.

يلاحظ من الجدول أنه تم استخدام أنبوب ذو قطر وحيد لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة وهذا من خصائص هذه الطريقة. كما يلاحظ أن الكلفة الناتجة عن هذه الحالة بلغت 440,000 وحدة نقدية.

رقم الخط	طول الأنبوب *m*	قطر الأنبوب *mm*	الغزارة m^3/s
1	1000	450	0.311
2	1000	350	0.156
3	1000	350	0.127
4	1000	25	0.00015
5	1000	350	0.094
6	1000	75	0.0023
7	1000	350	0.1281
8	1000	350	0.0532

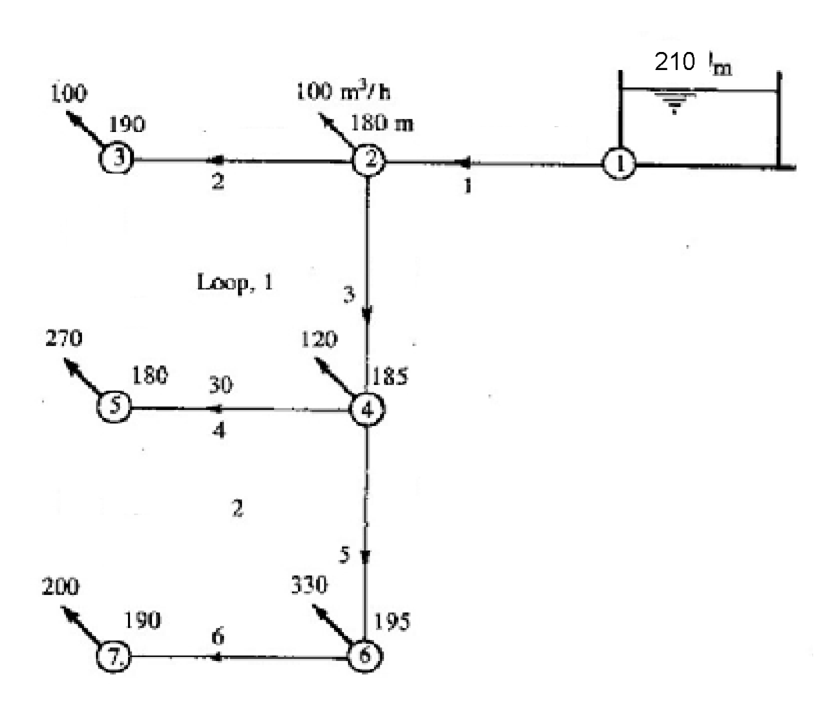
الجدول (6–4) الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا

5.6 إعادة تصميم الشبكة باستخدام البرمجة الخطية:

تم في هذه الفقرة إعادة تصميم الشبكة الواردة في الفقرة السابقة بطريقة البرمجة الخطية التي تم شرحها سابقا ووفق نفس المعطيات والقيود تسهيلا للمقارنة.

1.5.6 استنتاج الشبكة الشجرية الناتجة عن الشبكة الحلقية بطريقة البرمجة الخطية:

يبين الشكل (6-4) الشبكة الشجرية الناتجة عن طريقة التحويل باستخدام طريقة البرمجة الخطية وفق المنهجية المشار إليها في الفقرة (4-2-2)، حيث تم حذف الأنبوبين 7 و8.



الشكل (6–4) الشبكة الشجرية الناتجة عن الشبكة الحلقية

يبين الجدول (6-5) الغزارات الناتجة في هذه الحالة:

رقم الخط	الغزارة m^3/s
1	0.3112
2	0.0278
3	0.2556
4	0.075
5	0.1473
6	0.0556

الجدول (6–5) توزع الغزارات في خطوط الاتصال في الشبكة الشجرية

2.5.6 إعادة تصميم الشبكة بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 50٪ من الشبكة الشجرية و 50٪ من الأنابيب الثانوية

في الحل السابق تم حذف الخطوط (7،8) . في هذا الحل جرى إعادة هذه الخطوط وتم فرض أن العقدة (5) تتغذى بنسبة النصف من الشبكة الشجرية الناتجة (الرئيسية) و نسبة النصف من الأنابيب الثانوية (7،8). كما هو موضح في الشكل (6-3).

تكون الغزارة الجارية في أنابيب الشبكة والتي ستقوم عملية التصميم عليها كما هو موضح في الجدول (6-6).

رقم الخط	الغزارة m^3/s
1	0.3112
2	0.04655
3	0.23685
4	0.0375
5	0.12855
6	0.07435
7	0.01875
8	0.01875

الجدول (6–6) توزع الغزارات في خطوط الاتصال في الشبكة الحلقية

يبين الجدول (6-7) أقطار الأنابيب المرشحة للاستخدام في التصميم لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة. وقد تم فتح كامل مجال الاختيار لجميع خطوط الاتصال.

رقم الخط	المتغير	القطر
1	X1	550
	X2	500
	X3	450
	X4	400
	X5	350
2	X6	550
	X7	500
	X8	450
	X9	400
	X10	350
	X11	300
	X12	250
	X13	200
	X14	150
	X15	100
	X16	75
	X17	50
3	X18	550
	X19	500
	X20	450
	X21	400
	X22	350
	X23	300
	X24	250
	X25	200
	X26	150
	X27	100
	X28	75
	X29	50
4	X30	550
	X31	500
	X32	450
	X33	400
	X34	350
	X35	300
	X36	250
	X37	200
	X38	150
	X39	100
	X40	75
	X41	50
5	X42	550
	X43	500
	X44	450
	X45	400
	X46	350
	X47	300
	X48	250
	X49	200

رقم الخط	المتغير	القطر
	X50	150
	X51	100
	X52	75
	X53	50
6	X54	550
	X55	500
	X56	450
	X57	400
	X58	350
	X59	300
	X60	250
	X61	200
	X62	150
	X63	100
	X64	75
	X65	50
7	X66	550
	X67	500
	X68	450
	X69	400
	X70	350
	X71	300
	X72	250
	X73	200
	X74	150
	X75	100
	X76	75
	X77	50
8	X78	550
	X79	500
	X80	450
	X81	400
	X82	350
	X83	300
	X84	250
	X85	200
	X86	150
	X87	100
	X88	75
	X89	50

الجدول (6-7) الأقطار المرشحة لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة

أما بالنسبة لكلفة كل قطر بالمتر الطولي فقد تم اعتماد الأسعار الموضحة في الجدول (3-6) تسهيلا للمقارنة.

بناء على ما سبق يمكن صياغة مسألة التصميم الأمثل للشبكة باستخدام البرمجة الخطية على الشكل التالي:

تابع الهدف الناتج عن تطبيق الخيارات السابقة:

$$Z = 300X1 + 170X2 + 130X3 + 90X4 + 60X5 + 300X6 +$$
$$170X7 + 130X8 + 90X9 + 60X10 + 50X11 + 32X12 +$$
$$23X13 + 16X14 + 11X15 + 8X16 + 5X17 + 300X18 +$$
$$170X19 + 130X20 + 90X21 + 60X22 + 50X23 + 32X24 +$$
$$23X25 + 16X26 + 11X27 + 8X28 + 5X29 + 300X30 +$$
$$170X31 + 130X32 + 90X33 + 60X34 + 50X35 + 32X36 +$$
$$23X37 + 16X38 + 11X39 + 8X40 + 5X41 + 300X42 +$$
$$170X43 + 130X44 + 90X45 + 60X46 + 50X47 + 32X48 +$$
$$23X49 + 16X50 + 11X51 + 8X52 + 5X53 + 300X54 +$$
$$170X55 + 130X56 + 90X57 + 60X58 + 50X59 + 32X60 +$$
$$23X61 + 16X62 + 11X63 + 8X64 + 5X65 + 300X66 +$$
$$170X67 + 130X68 + 90X69 + 60X70 + 50X71 + 32X72 +$$
$$23X73 + 16X74 + 11X75 + 8X76 + 5X77 + 300X78 +$$
$$170X79 + 130X80 + 90X81 + 60X82 + 50X83 + 32X84 +$$
$$23X85 + 16X86 + 11X87 + 8X88 + 5X89$$

القيود:

قيود الفواقد:

المسار من الخزان إلى العقدة(3):

$$0.00318X1 + 0.00512X2 + 0.00867X3 + 0.01562X4 + 0.03046X5 + 0.00007X6 +$$
$$0.00011X7 + 0.00019X8 + 0.00035X9 + 0.00068X10 + 0.00147X11 + 0.00367X12 +$$
$$0.01119X13 + 0.04714X14 + 0.35797X15 + 1.50849X16 + 11.45511X17 +$$
$$\leq 20$$

المسار من الخزان إلى العقدة(5):

$$0.00318X1 + 0.00512X2 + 0.00867X3 + 0.01562X4 + 0.03046X5 +$$
$$0.00184X18 + 0.00297X19 + 0.00502X20 + 0.00905X21 + 0.01764X22 + 0.03814X23 +$$
$$0.0949X24 + 0.28961X25 + 1.2204X26 + 9.26738X27 + 39.05265X28 + 296.55606X29 +$$
$$0.00005X30 + 0.00007X31 + 0.00013X32 + 0.00023X33 + 0.00044X34 + 0.00096X35 +$$
$$0.00238X36 + 0.00726X37 + 0.03059X38 + 0.23231X39 + 0.97896X40 + 7.434X41 \leq 30$$

المسار من الخزان إلى العقدة (7):

$$0.00318X1+0.00512X2+0.00867X3+0.01562X4+0.03046X5+$$
$$0.00184X18+0.00297X19+0.00502X20+0.00905X21+0.01764X22+0.03814X23+$$
$$0.0949X24+0.28961X25+1.2204X26+9.26738X27+39.05265X28+296.55606X29+$$
$$0.00054X42+0.00087X43+0.00148X44+0.00267X45+0.0052X46+0.01123X47+$$
$$0.02795X48+0.08531X49+0.3595X50+2.72995X51+11.50397X52+87.3583X53+$$
$$0.00018X54+0.00029X55+0.00049X56+0.00089X57+0.00174X58+0.00376X59+$$
$$0.00935X60+0.02854X61+0.12026X62+0.91321X63+3.84827X64+29.22281X65 \le 20$$

قيود الحلقات

الحلقة الأولى:

$$-0.00007X6-0.00011X7-0.00019X8-0.00035X9-0.00068X10-0.00147X11$$
$$-0.00367X12-0.01119X13-0.04714X14-0.35797X15-1.50849X16-11.45511X17+$$
$$0.00184X18+0.00297X19+0.00502X20+0.00905X21+0.01764X22+0.03814X23+$$
$$0.0949X24+0.28961X25+1.2204X26+9.26738X27+39.05265X28+296.55606X29+$$
$$0.00005X30+0.00007X31+0.00013X32+0.00023X33+0.00044X34+0.00096X35+$$
$$0.00238X36+0.00726X37+0.03059X38+0.23231X39+0.97896X40+7.434X41$$
$$-0.00001X66-0.00002X67-0.00003X68-0.00006X69-0.00011X70-0.00024X71$$
$$-0.00059X72-0.00181X73-0.00765X74-0.05808X75-0.24474X76-1.8585X77=0$$

الحلقة الثانية:

$$-0.00005X30-0.00007X31-0.00013X32-0.00023X33-0.00044X34-0.00096X35$$
$$-0.00238X36-0.00726X37-0.03059X38-0.23231X39-0.97896X40-7.434X41+$$
$$0.00054X42+0.00087X43+0.00148X44+0.00267X45+0.0052X46+0.01123X47+$$
$$0.02795X48+0.08531X49+0.3595X50+2.72995X51+11.50397X52+87.3583X53+$$
$$0.00018X54+0.00029X55+0.00049X56+0.00089X57+0.00174X58+0.00376X59+$$
$$0.00935X60+0.02854X61+0.12026X62+0.91321X63+3.84827X64+29.22281X65+$$
$$0.00001X78+0.00002X79+0.00003X80+0.00006X81+0.00011X82+0.00024X83+$$
$$0.00059X84+0.00181X85+0.00765X86+0.05808X87+0.24474X88+1.8585X89=0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X1+X2+X3+X4+X5=1000$$

$$X6+X7+X8+X9+X10+X11+X12$$
$$+X13+X14+X15+X16+X17=1000$$

$$X18+X19+X20+X21+X22+X23+X24$$
$$+X25+X26+X27+X28+X29=1000$$

$$X30 + X31 + X32 + X33 + X34 + X35 + X36$$
$$+ X37 + X38 + X39 + X40 + X41 = 1000$$
$$X42 + X43 + X44 + X45 + X46 + X47 + X48$$
$$+ X49 + X50 + X51 + X52 + X53 = 1000$$
$$X54 + X55 + X56 + X57 + X58 + X59 + X60$$
$$+ X61 + X62 + X63 + X64 + X65 = 1000$$
$$X66 + X67 + X68 + X69 + X70 + X71 + X72$$
$$+ X73 + X74 + X75 + X76 + X77 = 1000$$
$$X78 + X79 + X80 + X81 + X82 + X83 + X84$$
$$+ X85 + X86 + X87 + X88 + X89 = 1000$$

الحل:

يبين الجدول (6-8) التصميم الأمثل للشبكة (ذو الكلفة الدنيا) الناتج باستخدام البرمجة الخطية والذي يحقق القيود المشار إليها. يلاحظ من الجدول أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطرين مختلفين للعديد من خطوط الاتصال (1، 2، 4، 7، 8).

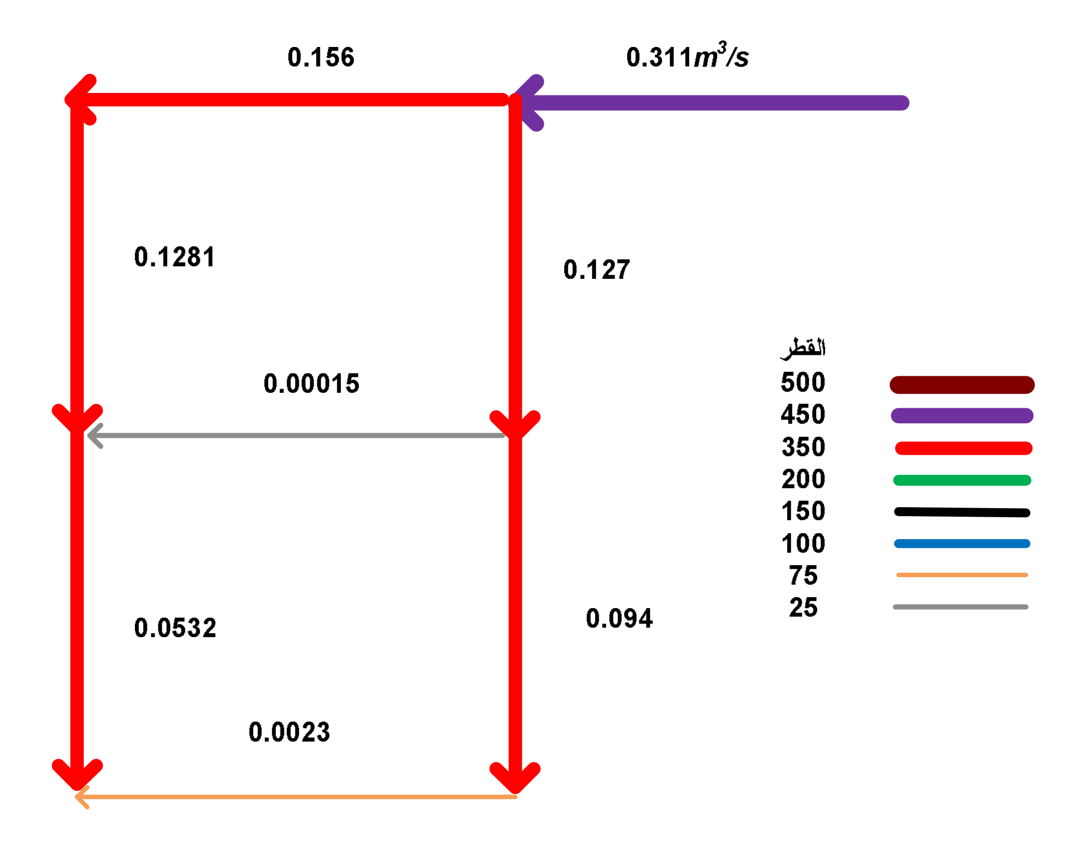
وكلفة التصميم الناتج هي: 461564.4 وحدة نقدية

وهي تزيد عن الكلفة الناتجة بطريقة الخوارزميات الجينية بنسبة 5%.

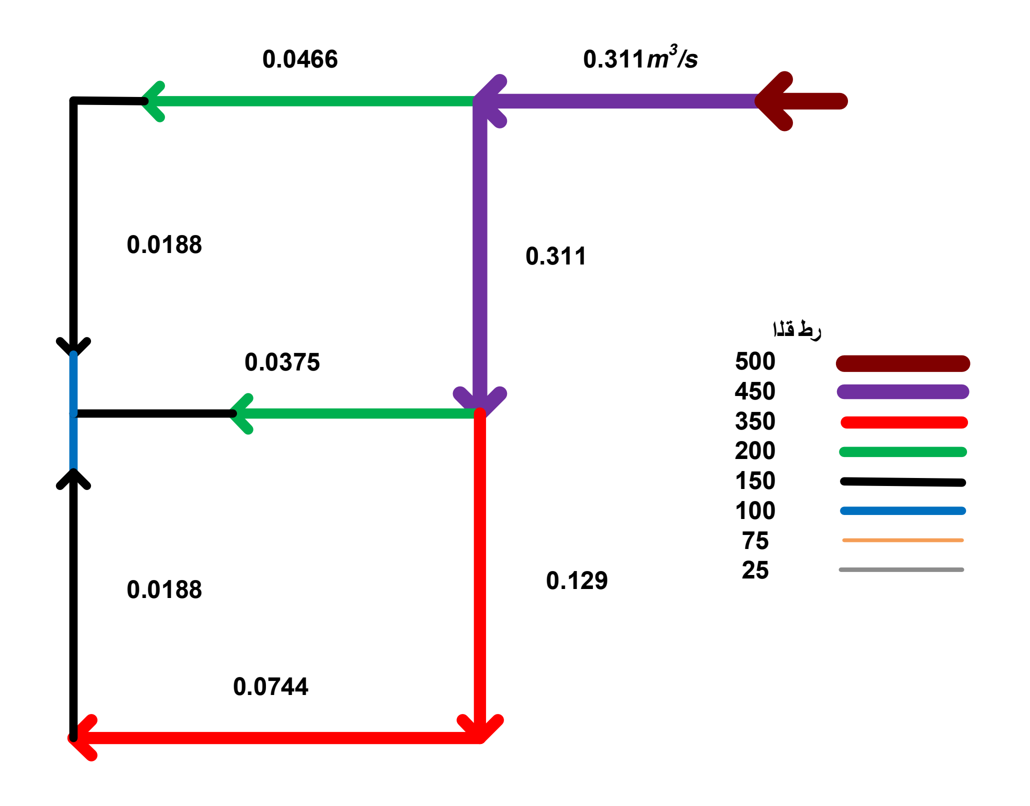
رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X2	500	177.1055
	X3	450	822.8945
2	X13	200	978.527
	X14	150	21.47289
3	X19	500	0
	X20	450	1000
	X21	400	0
4	X37	200	585.2755
	X38	150	414.7245
5	X45	400	0
	X46	350	1000
	X47	300	0
6	X57	400	0
	X58	350	1000
	X59	300	0
7	X74	150	953.364
	X75	100	46.63598
8	X86	150	953.364
	X87	100	46.63599

الجدول (6–8) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا

يبين الشكلان (6-5) و(6-6) مقارنة للتصميمين الناتجين بطريقتي البرمجة الخطية والخوارزميات الجينية. يلاحظ أن التصميمين مختلفين من حيث الأقطار التي تم اختيارها لأنابيب الشبكة على الرغم من تقارب الكلفة الناتجة في الحالتين. ويعود ذلك لاختلاف توزع الغزارة في خطوط الاتصال في الشبكة كما هو موضح في الشكلين. حيث يلاحظ أنه جرى اختيار أنابيب ذات أقطار صغيرة جدا (25،75*mm*) في حالة التصميم بطريقة الخوارزميات الجينية وذلك لضآلة الغزارة الجارية في هذين الأنبوبين مقارنة بالتصميم الناتج باستخدام البرمجة الخطية. بشكل عام نلاحظ أن التصميم الناتج عن طريقة البرمجة الخطية أكثر تجانسا من التصميم الناتج عن طريقة الخوارزميات الجينية.



الشكل (6–5) التصميم الناتج عن طريقة الخوارزميات الجينية



الشكل (6–6) التصميم الناتج عن طريقة البرمجة الخطية

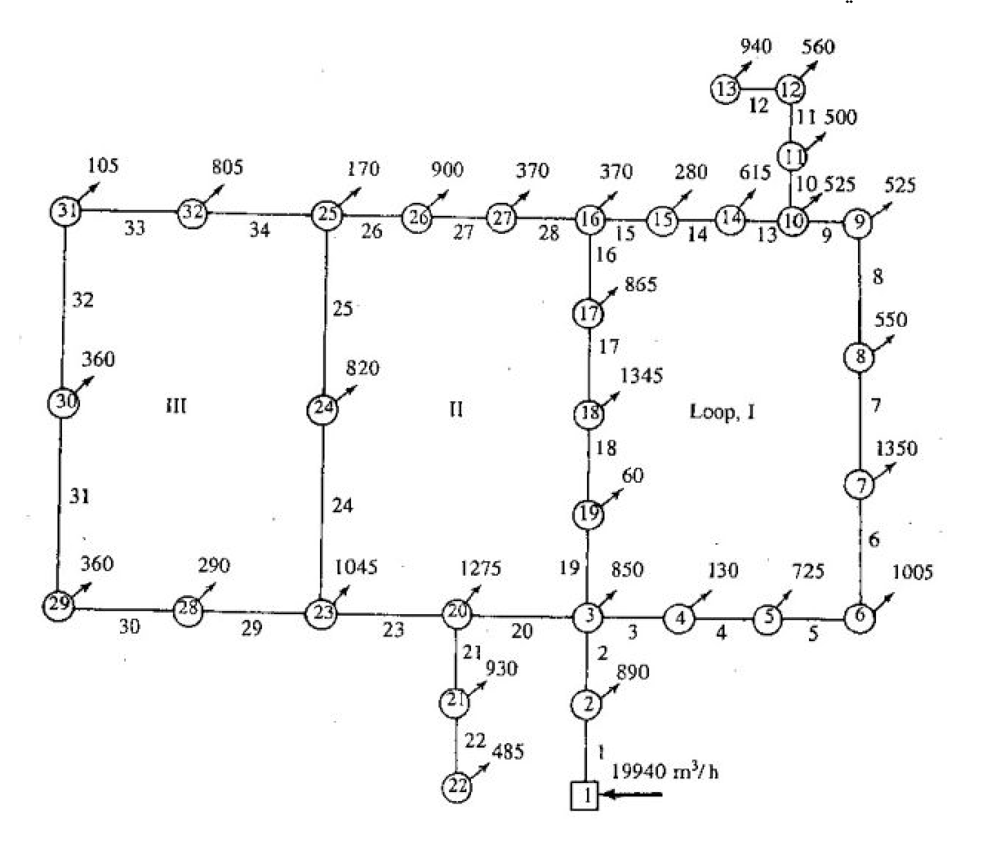
الفصل السابع
تطبيق تقنيات الأمثلة على شبكة معيارية (هانوي)

مقدمة:

جرى في هذا الفصل استخدام طريقة البرمجة الخطية في تصميم إحدى الشبكات الواقعية وهي شبكة مياه مدينة هانوي وذلك وفق المنهجية التي تم شرحها في الفصل الرابع.

وقد تم دراسة تأثير نسب متفاوتة لتغذية عقد الشبكة التي جرى القطع عندها (عند عملية استنباط الشبكة الشجرية) من الأنابيب الرئيسية ومن الأنابيب الثانوية، على كلفة الشبكة. كذلك فقد جرى دراسة تأثير طريقة استنباط الشبكة الشجرية على كلفة التصميم الناتج وذلك في حالتين: الحالة الأولى باستخدام طريقة البرمجة الخطية والحالة الثانية باستخدام طريقة المسار الأقصر.

تعد شبكة هانوي من أشهر الشبكات في مجال دراسة التصميم الأمثل لشبكات مياه الأنابيب. وتوجد هذه الشبكة في فيتنام (Fujiwara and Khang 1990)، الشكل (7-1) وقد وردت في أغلب الدراسات التي تمت على شبكات الأنابيب.



الشكل (7-1) شبكة هانوي

وتتألف شبكة هانوي من مصدر وحيد للتغذية (node 1) و (31) عقدة استهلاك (nodes 2,…,32) و (34) خط اتصال بين العقد، وثلاث حلقات أساسية. الضاغط عند المصدر (100 *m*)، والضاغط الأصغري المسموح به عند عقد الاستهلاك هو (30 *m*)، الاستهلاكات عند العقد موضحة في الجدول (7-1):

أطوال الخطوط موضحة في الجدول (7-2):

رقم الخط	طول الخط m
1	100
2	1350
3	900
4	1150
5	1450
6	450
7	850
8	850
9	800
10	950
11	1200
12	3500
13	800
14	500
15	550
16	2730
17	1750
18	800
19	400
20	2200
21	1500
22	500
23	2650
24	1230
25	1300
26	850
27	300
28	750
29	1500
30	2000
31	1600
32	150
33	860
34	950

الجدول (7-2) أطوال خطوط الاتصال في الشبكة

رقم العقدة	$q(m^3/H)$	$q(m^3/s)$
2	890	0.247222
3	850	0.236111
4	130	0.036111
5	725	0.201389
6	1005	0.279167
7	1350	0.375
8	550	0.152778
9	525	0.145833
10	525	0.145833
11	500	0.138889
12	560	0.155556
13	940	0.261111
14	615	0.170833
15	280	0.077778
16	310	0.086111
17	865	0.240278
18	1345	0.373611
19	60	0.016667
20	1275	0.354167
21	930	0.258333
22	485	0.134722
23	1045	0.290278
24	820	0.227778
25	170	0.047222
26	900	0.25
27	370	0.102778
28	290	0.080556
29	360	0.1
30	360	0.1
31	105	0.029167
32	805	0.223611

الجدول (7-1) الاستهلاكات عند العقد

مجال الأقطار المختارة بشكل شائع لهذه الشبكة هو: {12-16-20-24-30-40 } إنش، ولكن قد نضطر في بعض حالات الدراسة التي سنجريها على الشبكة لاستخدام أقطار اكبر.

تابع الكلفة الشهير المستخدم لهذه الشبكة هو

$$c = 1.1D^{1.5} \qquad (1\text{-}7)$$

حيث: D : القطر بالإنش

هذا التابع تم تطويره واعتماده من خلال العديد من الأبحاث التجريبية

سيتم تطبيق ما سبق عرضه من طرق البرمجة الخطية والخوارزميات الجينية على شبكة هانوي.

1.7 حل شبكة هانوي بطريقة البرمجة الخطية:

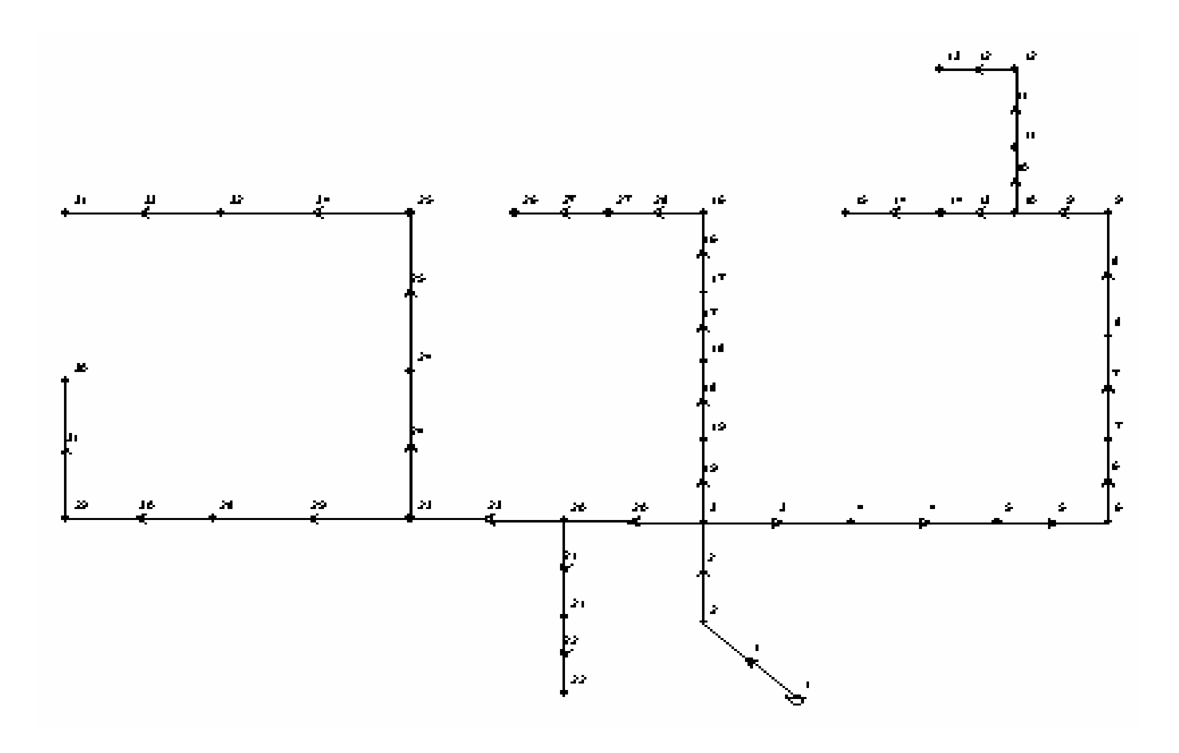
تم تحويل شبكة هانوي الحلقية إلى شبكة شجرية باستخدام طريقة البرمجة الخطية التي تم شرحها سابقاً في الفقرة (4-2-2)، وبعدها جرى حساب الغزارات، وكتابة تابع الهدف والقيود اعتمادا على هذه الغزارات، وشروط الضغط والأطوال، كذلك قد حسبت الكلفة وفق التابع المعطى بالمعادلة (7-1) وهي موضحة في الجدول (7-3) بالنسبة لأقطار الأنابيب المستخدمة:

القطر	الكلفة وحدة نقدية
1300	402.7
1200	357.2
1300	402.7
1200	357.2
1100	313.5
1000	271.8
750	176.5
600	126.2
500	96.07
400	68.7
300	44.7

الجدول (7–3) كلفة المتر الطولي لكل أنبوب حسب القطر

1.1.7 استنتاج الشبكة الشجرية من الشبكة الحلقية (بطريقة البرمجة الخطية):

يبين الشكل (7-2) الشبكة المقتبسة من شبكة هانوي وذلك باستخدام طريقة البرمجة الخطية وفق المنهجية المشار إليها في الفقرة (4-2-2). كما يبين الجدول (7-4) الغزارات الجارية في أنابيب الشبكة الشجرية الناتجة والتي تعد أساساً لحساب ميل خط التدرج الهيدروليكي لكل قطر أنبوب مرشح للاستخدام في عملية التصميم. يلاحظ من الشكل (7-2) أن عملية اقتباس الشبكة الشجرية قد تمت بإزالة ثلاثة أنابيب فقط من الشبكة هي الأنابيب (15، 26، 32).



الشكل (7–2) شبكة هانوي الشجرية المقتبسة باستخدام طريقة البرمجة الخطية

رقم الخط	m^3/s *الغزارة*
1	5.54
2	5.293
3	2.141
4	2.105
5	1.904
6	1.625
7	1.25
8	1.097
9	0.951
10	0.556
11	0.417
12	0.261
13	0.249
14	0.078

رقم الخط	الغزارة m^3/s
16	0.439
17	0.679
18	1.053
19	1.07
20	1.846
21	0.393
22	0.135
23	1.099
24	0.528
25	0.3
27	0.25
28	0.353
29	0.281
30	0.2
31	0.1
33	0.029
34	0.253

الجدول (7–4) توزع الغزارات في خطوط الشبكة

2.1.7 تصميم الشبكة باستخدام البرمجة الخطية بفرض أن جميع عقد الشبكة تتغذى بالكامل عن طريق الشبكة الشجرية:

يبين الجدول (7-5) أقطار الأنابيب المرشحة للاستخدام لكل خط اتصال من خطوط الشبكة. يمكن من حيث المبدأ فتح قائمة الأنابيب المختارة لكل خط اتصال بحيث تشمل الأنابيب من جميع الأقطار، إلا أن ذلك سينتج عنه عدد كبير من معادلات القيود دون مبرر. إذ أنه من الواضح أنه لن يتم اختيار أنابيب ذات أقطار صغيرة على سبيل المثال للأنبوب الرئيسي الخارج من الخزان.

رقم الخط	المتغير	القطر
1	X1	1100
	X2	1000
2	X3	1100
	X4	1000
3	X5	1100
	X6	1000
4	X7	1100
	X8	1000
	X9	750
5	X10	1100
	X11	1000
	X12	750

رقم الخط	المتغير	القطر
6	X13	1100
	X14	1000
	X15	750
7	X16	1100
	X17	1000
	X18	750
8	X19	1100
	X20	1000
	X21	750
9	X22	1000
	X23	750
	X24	600
10	X25	750
	X26	600
	X27	500
11	X28	750
	X29	600
	X30	500
12	X31	750
	X32	600
	X33	500
13	X34	500
	X35	400
	X36	300
14	X37	500
	X38	400
	X39	300
16	X40	750
	X41	600
	X42	500
17	X43	750
	X44	600
	X45	500
18	X46	750
	X47	600
	X48	500
19	X49	750
	X50	600
	X51	500
20	X52	1000
	X53	750
	X54	600
21	X55	500
	X56	400

رقم الخط	المتغير	القطر
	X57	300
22	X58	500
	X59	400
	X60	300
23	X61	1000
	X62	750
	X63	600
24	X64	750
	X65	600
	X66	500
25	X67	600
	X68	500
	X69	400
27	X70	500
	X71	400
	X72	300
28	X73	600
	X74	500
	X75	400
29	X76	500
	X77	400
	X78	300
30	X79	500
	X80	400
	X81	300
31	X82	500
	X83	400
	X84	300
33	X85	500
	X86	400
	X87	300
34	X88	500
	X89	400
	X90	300

الجدول (7–5) الأقطار المرشحة في كل خط من خطوط الاتصال في الشبكة

يمكن بناءً على ما سبق صياغة مسألة التصميم الأمثل لشبكة هانوي باستخدام البرمجة الخطية على الشكل التالي:

تابع الهدف الناتج عن تطبيق الخيارات السابقة:

$$z = 313.5x1 + 271.7x2 + 313.5x3 + 271.7x4 + 313.5x5 + 271.7x6 + 313.5x7 + 271.7x8 + 176.5x9 + 313.5x10 + 271.7x11 + 176.5x12 + 313.5x13 + 271.7x14 + 176.5x15 + 313.5x16 + 271.7x17 + 176.5x18 + 313.5x19 + 271.7x20 + 176.5x21 + 271.7x22 + 176.5x23 + 126.3x24 + 176.5x25 + 126.3x26 + 96.1x27 + 176.5x28 + 126.3x29 + 96.1x30 + 176.5x31 + 126.3x32 + 96.1x33 + 96.1x34 + 68.7x35 + 44.7x36 + 96.1x37 + 68.7x38 + 44.7x39 + 176.5x40 + 126.3x41 + 96.1x42 + 176.5x43 + 126.3x44 + 96.1x45 + 176.5x46 + 126.3x47 + 96.1x48 + 176.5x49 + 126.3x50 + 96.1x51 + 271.7x52 + 176.5x53 + 126.3x54 + 96.1x55 + 68.7x56 + 44.7x57 + 96.1x58 + 68.7x59 + 44.7x60 + 271.7x61 + 176.5x62 + 126.3x63 + 176.5x64 + 126.3x65 + 96.1x66 + 126.3x67 + 96.1x68 + 68.7x69 + 96.1x70 + 68.7x71 + 44.7x72 + 126.3x73 + 96.1x74 + 68.7x75 + 96.1x76 + 68.7x77 + 44.7x78 + 96.1x79 + 68.7x80 + 44.7x81 + 96.1x82 + 68.7x83 + 44.7x84 + 96.1x85 + 68.7x86 + 44.7x87 + 96.1x88 + 68.7x89 + 44.7x90$$

قيود الفواقد:

المسار بين الخزان والعقدة (13):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 + 0.00376x5 + 0.00606x6 + 0.00364x7 + 0.00586x8 + 0.02468x9 + 0.00297x10 + 0.00479x11 + 0.02019x12 + 0.00217x13 + 0.00349x14 + 0.01471x15 + 0.00128x16 + 0.00207x17 + 0.0087x18 + 0.00099x19 + 0.00159x20 + 0.0067x21 + 0.0012x22 + 0.00504x23 + 0.01537x24 + 0.00172x25 + 0.00525x26 + 0.01307x27 + 0.00097x28 + 0.00296x29 + 0.00735x30 + 0.00038x31 + 0.00116x32 + 0.00288x33 \le 70$$

المسار بين الخزان والعقدة (15):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 + 0.00376x5 +$$
$$0.00606x6 + 0.00364x7 + 0.00586x8 + 0.02468x9 + 0.00297x10 +$$
$$0.00479x11 + 0.02019x12 + 0.00217x13 + 0.00349x14 + 0.01471x15 +$$
$$0.00128x16 + 0.00207x17 + 0.0087x18 + 0.00099x19 + 0.00159x20 +$$
$$0.0067x21 + 0.0012x22 + 0.00504x23 + 0.01537x24 +$$
$$0.00262x34 + 0.008x35 + 0.03372x36 + 0.00026x37 + 0.00079x38 +$$
$$0.00331x39 \leq 70$$

المسار بين الخزان والعقدة (22):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 +$$
$$0.0045x52 + 0.01898x53 + 0.05792x54 + 0.00653x55 + 0.01993x56 +$$
$$0.084x57 + 0.00077x58 + 0.00235x59 + 0.00991x60 \leq 70$$

المسار بين الخزان والعقدة (26):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 +$$
$$0.00107x40 + 0.00328x41 + 0.00815x42 + 0.00257x43 + 0.00784x44 +$$
$$0.0195x45 + 0.00618x46 + 0.01885x47 + 0.04689x48 + 0.00638x49 +$$
$$0.01946x50 + 0.04842x51 +$$
$$0.00264x70 + 0.00807x71 + 0.03399x72 + 0.00212x73 + 0.00527x74 +$$
$$0.01608x75 \leq 70$$

المسار بين الخزان والعقدة (31):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 +$$
$$0.0045x52 + 0.01898x53 + 0.05792x54 +$$
$$0.0016x61 + 0.00673x62 + 0.02053x63 + 0.00155x64 + 0.00474x65 +$$
$$0.01179x66 + 0.00153x67 + 0.00381x68 + 0.01162x69 +$$
$$0.00004x85 + 0.00011x86 + 0.00046x87 + 0.00271x88 + 0.00826x89 +$$
$$0.03481x90 \leq 70$$

المسار بين الخزان والعقدة (30):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 +$$
$$0.0045x52 + 0.01898x53 + 0.05792x54 +$$
$$0.0016x61 + 0.00673x62 + 0.02053x63 +$$
$$0.00334x76 + 0.01019x77 + 0.04294x78 + 0.00169x79 + 0.00516x80 +$$
$$0.02175x81 + 0.00042x82 + 0.00129x83 + 0.00544x84 \leq 70$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 = 100$$

$$X_3 + X_4 = 1350$$

$$X_5 + X_6 = 900$$

$$X_7 + X_8 + X_9 = 1150$$

$$X_{10} + X_{11} + X_{12} = 1450$$

$$X_{13} + X_{14} + X_{15} = 450$$

$$X_{16} + X_{17} + X_{18} = 850$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 850$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 800$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 950$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 1200$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 3500$$

$$X_{34} + X_{35} + X_{36} = 800$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} = 500$$

$$X_{40} + X_{41} + X_{42} = 2730$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} = 1750$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 800$$

$$X_{49} + X_{50} + X_{51} = 400$$

$$X_{52} + X_{53} + X_{54} = 2200$$

$$X_{55} + X_{56} + X_{57} = 1500$$

$$X_{58} + X_{59} + X_{60} = 500$$

$$X_{61} + X_{62} + X_{63} = 2650$$

$$X_{64} + X_{65} + X_{66} = 1230$$

$$X_{67} + X_{68} + X_{69} = 1300$$

$$X_{70} + X_{71} + X_{72} = 300$$

$$X_{73} + X_{74} + X_{75} = 750$$

$$X_{76} + X_{77} + X_{78} = 1500$$

$$X_{79} + X_{80} + X_{81} = 2000$$

$$X_{82} + X_{83} + X_{84} = 1600$$

$$X_{85} + X_{86} + X_{87} = 860$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 950$$

الحل:

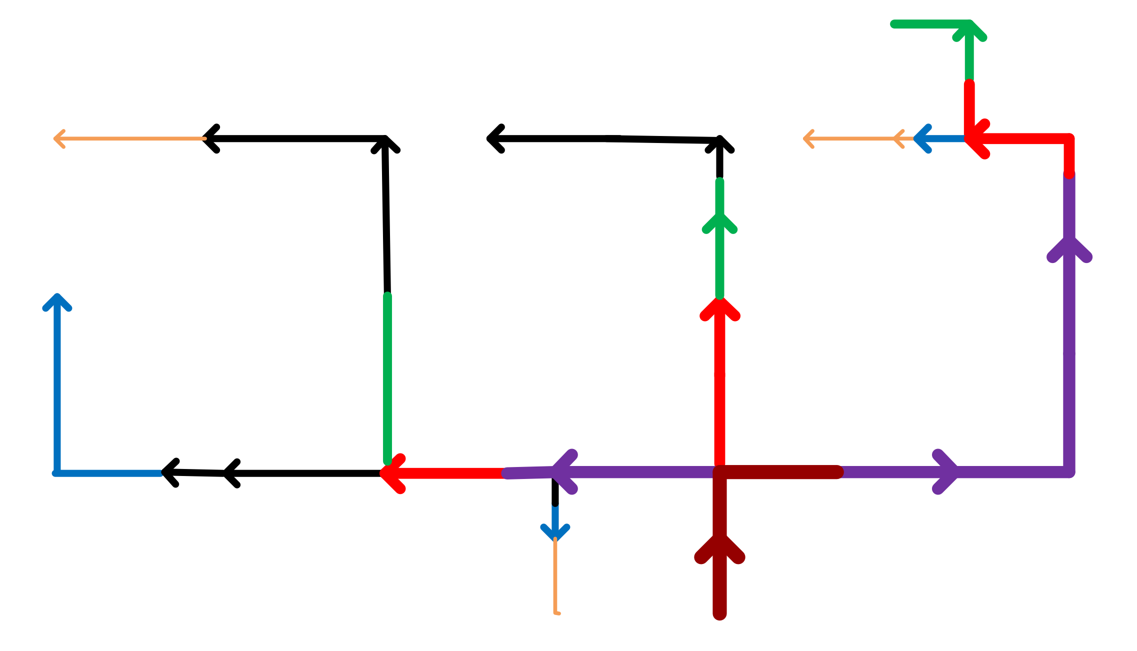
يبين الجدول (7-6) التصميم الأمثل للشبكة (ذو الكلفة الدنيا) الناتج باستخدام البرمجة الخطية والذي يحقق القيود المشار إليها. كما يبين الشكل (7-3) التصميم الناتج تخطيطيا. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين أن جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (8، 13، 16، 21، 23، 30). كما نلاحظ تناقص الأقطار المختارة للأنابيب باتجاه أطراف الشبكة حيث تنقص الغزارة في هذا الاتجاه.

يلاحظ كذلك أن كلفة الشبكة الناتجة في هذه الحالة هي (5,979,723) وحدة نقدية وفي حال استخدام أنابيب بأقطار إنشائية (300) للأنابيب المزالة بغية الحفاظ على حلقية الشبكة، فإن هذه الكلفة سترتفع إلى (6,049,008= 69,285+5,979,723) وحدة نقدية.

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	1100	100
	X2	1000	0
2	X3	1100	1350
	X4	1000	0
3	X5	1100	900
	X6	1000	0
4	X7	1100	0
	X8	1000	1150
	X9	750	0
5	X10	1100	0
	X11	1000	1450
	X12	750	0
6	X13	1100	0
	X14	1000	450
	X15	750	0
7	X16	1100	0
	X17	1000	850
	X18	750	0
8	X19	1100	0
	X20	1000	568.9485
	X21	750	281.0515
9	X22	1000	0
	X23	750	800
	X24	600	0
10	X25	750	950
	X26	600	0
	X27	500	0
11	X28	750	0
	X29	600	1200
	X30	500	0
12	X31	750	0
	X32	600	3500
	X33	500	0
13	X34	500	0
	X35	400	754.1881
	X36	300	45.81188
14	X37	500	0
	X38	400	0
	X39	300	500
16	X40	750	0
	X41	600	2411.195
	X42	500	318.805

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
17	X43	750	0
	X44	600	1750
	X45	500	0
18	X46	750	800
	X47	600	0
	X48	500	0
19	X49	750	400
	X50	600	0
	X51	500	0
20	X52	1000	2200
	X53	750	0
	X54	600	0
21	X55	500	620.7813
	X56	400	879.2187
	X57	300	0
22	X58	500	0
	X59	400	0
	X60	300	500
23	X61	1000	980.3522
	X62	750	1669.648
	X63	600	0
24	X64	750	0
	X65	600	1230
	X66	500	0
25	X67	600	0
	X68	500	1300
	X69	400	0
27	X70	500	300
	X71	400	0
	X72	300	0
28	X73	600	0
	X74	500	750
	X75	400	0
29	X76	500	1500
	X77	400	0
	X78	300	0
30	X79	500	1053.913
	X80	400	946.0871
	X81	300	0
31	X82	500	0
	X83	400	1600
	X84	300	0
33	X85	500	0
	X86	400	0
	X87	300	860
34	X88	500	950
	X89	400	0
	X90	300	0

الجدول (7-6) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا





الشكل (7–3) تصميم شبكة هانوي في حالة شبكة شجرية

3-1-17 تصميم شبكة هانوي بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 67٪ من الشبكة الشجرية (الأنابيب الرئيسية) و33٪ من الأنابيب الثانوية.

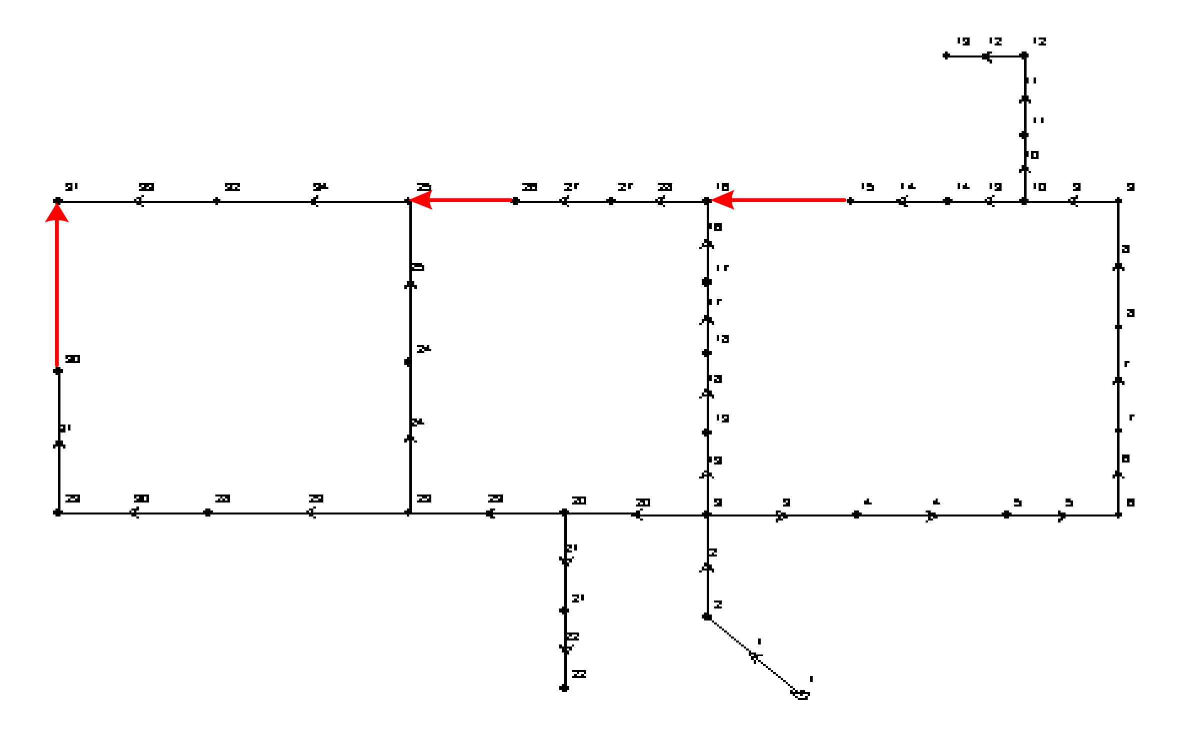
في الحل السابق تم حذف الخطوط 15 و26 و32. في هذا الحل سيتم إعادة هذه الخطوط ويتم فرض أن العقد (16،25،31) تتغذى بنسبة الثلثين من الشبكة الشجرية الناتجة (الرئيسية) ونسبة الثلث من الأنابيب الثانوية (32،26،15)، الشكل (7-4).

يبين الجدول (7-7) الغزارات الجارية في أنابيب الشبكة الموافقة لهذه الحالة والتي ستبنى عليها عملية التصميم.

رقم الخط	*الغزارة*m^3/s
1	5.54
2	5.293
3	2.2873
4	2.2513
5	2.0503
6	1.7713
7	1.3963
8	1.2433
9	1.0973
10	0.556
11	0.417
12	0.261
13	0.3953
14	0.2243
15	0.1463
16	0.3927
17	0.6327
18	1.0067
19	1.0237
20	1.746
21	0.393
22	0.135
23	0.999
24	0.418
25	0.19
26	0.1
27	0.35
28	0.453
29	0.291
30	0.21
31	0.11
32	0.01
33	0.019
34	0.243

الجدول (7–7) توزع الغزارات في خطوط الشبكة

من الواضح أنه في هذه الحالة بجب أن تتضمن عملية الأمثلة قيود إضافية في حلقات الشبكة الثلاث تنص على أن المجموع الجبري للفواقد على مسار الحلقة يجب أن يساوي الصفر.



الشكل (7–4) شبكة هانوي بعد إعادة الأنابيب المحذوفة

في هذه الحالة يمكن صياغة مسألة الأمثلة على الشكل التالي:

تابع الهدف:

$$z = 313.5x1 + 271.7x2 + 313.5x3 + 271.7x4 + 313.5x5 +$$
$$271.7x6 + 313.5x7 + 271.7x8 + 313.5x9 + 271.7x10 + 313.5x11 +$$
$$271.7x12 + 313.5x13 + 271.7x14 + 313.5x15 + 271.7x16 +$$
$$313.5x17 + 271.7x18 + 176.5x19 + 126.3x20 + 96.1x21 + 176.5x22 + 126.3x23 +$$
$$96.1x24 + 176.5x25 + 126.3x26 + 96.1x27 + 176.5x28 + 126.3x29 +$$
$$96.1x30 + 176.5x31 + 126.3x32 + 96.1x33 + 176.5x34 + 126.3x35 +$$
$$96.1x36 + 96.1x37 + 68.7x38 + 44.7x39 + 176.5x40 + 126.3x41 + 96.1x42 +$$
$$176.5x43 + 126.3x44 + 96.1x45 + 176.5x46 + 126.3x47 + 96.1x48 + 271.7x49 +$$
$$176.5x50 + 96.1x51 + 68.7x52 + 44.7x53 + 96.1x54 + 68.7x55 + 44.7x56 +$$
$$271.7x57 + 176.5x58 + 176.5x59 + 126.3x60 + 96.1x61 + 96.1x62 + 68.7x63 +$$
$$96.1x64 + 68.7x65 + 44.7x66 + 126.3x67 + 96.1x68 + 68.7x69 + 176.5x70 +$$
$$126.3x71 + 96.1x72 + 176.5x73 + 126.3x74 + 96.1x75 + 96.1x76 + 68.7x77 +$$
$$44.7x78 + 96.1x79 + 68.7x80 + 44.7x81 + 96.1x82 + 68.7x83 + 44.7x84 +$$
$$96.1x85 + 68.7x86 + 44.7x87 + 96.1x88 + 68.7x89 + 44.7x90$$

قيود الفواقد:

- المسار بين الخزان والعقدة (13):

$$0.02519x1+0.04056x2+0.02299x3+0.03703x4+0.00429x5+0.00691x6$$
$$+0.00416x7+0.0067x8+0.00345x9+0.00556x10+0.00257x11+0.00415x12$$
$$+0.0016x13+0.00258x14+0.00127x15+0.00204x16+0.00099x17+0.00159x18$$
$$+0.00172x19+0.00525x20+0.01307x21+0.00097x22+0.00296x23+0.00735x24$$
$$+0.00038x25+0.00116x26+0.00288x27 \leq 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (22):

$$0.02519x1+0.04056x2+0.02299x3+0.03703x4+$$
$$0.00403x49+0.01698x50+0.00653x51+0.01993x52+0.084x53+$$
$$0.00077x54+0.00235x55+0.00991x56 \leq 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (31):

$$0.02519x1+0.04056x2+0.02299x3+0.03703x4+0.00403x49+0.01698x50+$$
$$0.00132x57+0.00556x58+0.00047x73+0.00144x74+0.00358x75+0.00187x76$$
$$+0.00569x77+0.02398x78+0.00051x79+0.00156x80+0.00658x81+$$
$$0.00001x83+0.00005x84 \leq 70$$

قيود الحلقات:

الحلقة I :

$$0.00429x5+0.00691x6+0.00416x7+0.0067x8+0.00345x9+0.00556x10+0.00257x11+$$
$$0.00415x12+0.0016x13+0.00258x14+0.00127x15+0.00204x16+0.00099x17+0.00159x18+$$
$$0.00087x28+0.00266x29+0.00661x30+0.00028x31+0.00086x32+0.00213x33+0.00012x34+$$
$$0.00036x35+0.00091x36-0.00652x37-0.0199x38-0.08387x39-0.00223x40-0.0068x41$$
$$-0.01693x42-0.00564x43-0.01722x44-0.04286x45-0.00584x46-0.01781x47-0.04432x48$$
$$=0$$

الحلقة II :

$$0.00652x37+0.0199x38+0.08387x39+0.00223x40+0.0068x41+0.01693x42+0.00564x43+$$
$$0.01722x44+0.04286x45+0.00584x46+0.01781x47+0.04432x48-0.00403x49-0.01698x50$$
$$-0.00132x57-0.00556x58-0.00097x59-0.00297x60-0.00739x61-0.00153x62-0.00466x63+$$
$$0.00042x64+0.00129x65+0.00544x66+0.00208x67+0.00518x68+0.01581x69+$$
$$0.00114x70+0.00349x71+0.00868x72=0$$

الحلقة III :

$0.00097x59 + 0.00297x60 + 0.00739x61 + 0.00153x62 + 0.00466x63$
$- 0.00047x73 - 0.00144x74 - 0.00358x75 - 0.00187x76 - 0.00569x77 - 0.02398x78 - 0.00051x79$
$- 0.00156x80 - 0.00658x810x82 - 0.00001x83 - 0.00005x84 + 0.00002x85 +$
$0.00005x86 + 0.0002x87 + 0.0025x88 + 0.00762x89 + 0.03211x90 = 0$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 = 100$$

$$X_3 + X_4 = 1350$$

$$X_5 + X_6 = 900$$

$$X_7 + X_8 = 1150$$

$$X_9 + X_{10} = 1450$$

$$X_{11} + X_{12} = 450$$

$$X_{13} + X_{14} = 850$$

$$X_{15} + X_{16} = 850$$

$$X_{17} + X_{18} = 800$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 950$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1200$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 3500$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 800$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 500$$

$$X_{34} + X_{35} + X_{36} = 550$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} = 2730$$

$$X_{40} + X_{41} + X_{42} = 1750$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} = 800$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 400$$

$$X_{49} + X_{50} = 2200$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} = 1500$$

$$X_{54} + X_{55} + X_{56} = 500$$

$$X_{57} + X_{58} = 2650$$

$$X_{59} + X_{60} + X_{61} = 1230$$

$$X_{62} + X_{63} = 1300$$

$$X_{64} + X_{65} + X_{66} = 850$$

$$X_{67} + X_{68} + X_{69} = 300$$

$$X_{70} + X_{71} + X_{72} = 750$$

$$X_{73} + X_{74} + X_{75} = 1500$$

$$X_{76} + X_{77} + X_{78} = 2000$$

$$X_{79} + X_{80} + X_{81} = 1600$$

$$X_{82} + X_{83} + X_{84} = 150$$

$$X_{85} + X_{86} + X_{87} = 860$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 950$$

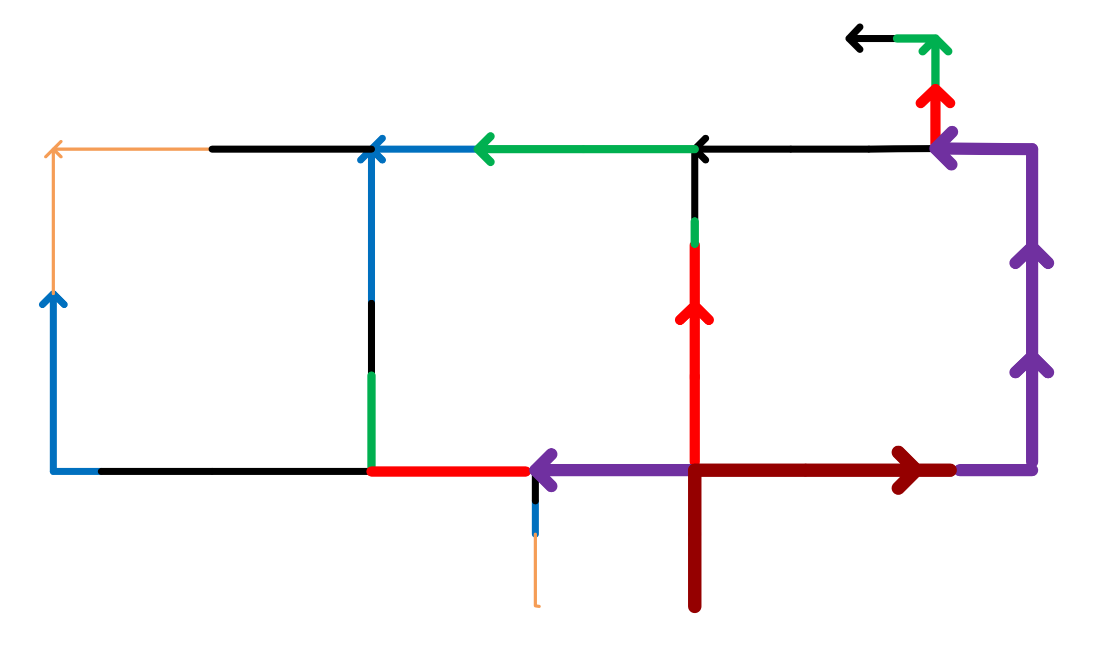
الحل:

يبين الجدول (7-8) التصميم الأمثل للشبكة الموافق لهذه الحالة. كما يبين الشكل (7-5) التصميم الناتج تخطيطاً. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (5، 12، 17، 21، 24، 30). كما نلاحظ تناقص الأقطار المختارة للأنابيب باتجاه أطراف الشبكة حيث تنقص الغزارة في هذا الاتجاه. وكلفة التصميم تساوي إلى 6,156,875 وحدة نقدية، وهي أعلى من كلفة الشبكة في حالة الشبكة الشجرية وهذا متوقع لأن الشبكة ذات البنية الشجرية تؤمن تغذية جميع العقد بأقل عدد من الأنابيب.

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	1100	100
	X2	1000	0
2	X3	1100	1350
	X4	1000	0
3	X5	1100	900
	X6	1000	0
4	X7	1100	1150
	X8	1000	0
5	X9	1100	498.8342
	X10	1000	951.1658
6	X11	1100	0
	X12	1000	450
7	X13	1100	0
	X14	1000	850
8	X15	1100	0
	X16	1000	850
9	X17	1100	0
	X18	1000	800
10	X19	750	950
	X20	600	0
	X21	500	0
11	X22	750	0
	X23	600	1200
	X24	500	0
12	X25	750	0
	X26	600	892.6111
	X27	500	2607.389
13	X28	750	0
	X29	600	0
	X30	500	800
14	X31	750	0
	X32	600	0
	X33	500	500
15	X34	750	0
	X35	600	0
	X36	500	550
16	X37	500	2730
	X38	400	0
	X39	300	0
17	X40	750	1529.15
	X41	600	220.8498
	X42	500	0
18	X43	750	800
	X44	600	0
	X45	500	0

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
19	X46	750	400
	X47	600	0
	X48	500	0
20	X49	1000	2200
	X50	750	0
21	X51	500	542.8525
	X52	400	957.1475
	X53	300	0
22	X54	500	0
	X55	400	0
	X56	300	500
23	X57	1000	0
	X58	750	2650
24	X59	750	0
	X60	600	1093.894
	X61	500	136.1059
25	X62	500	0
	X63	400	1300
26	X64	500	0
	X65	400	850
	X66	300	0
27	X67	600	300
	X68	500	0
	X69	400	0
28	X70	750	0
	X71	600	750
	X72	500	0
29	X73	750	0
	X74	600	0
	X75	500	1500
30	X76	500	1675.039
	X77	400	324.9605
	X78	300	0
31	X79	500	0
	X80	400	1600
	X81	300	0
32	X82	500	0
	X83	400	0
	X84	300	150
33	X85	500	0
	X86	400	0
	X87	300	860
34	X88	500	950
	X89	400	0
	X90	300	0

الجدول (7–8) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا



القطر
1100
1000
750
600
500
400
300

الشكل (7–5) تصميم شبكة هانوي (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة الثلثين من الأنابيب الرئيسية، والثلث من الأنابيب الثانوية)

4.1.7 تصميم شبكة هانوي بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 50٪ من الشبكة الشجرية و٪ 50 من الأنابيب الثانوية

في هذه الحالة تم فرض أن العقد (16،25،31) تتغذى بنسبة النصف من الشبكة الشجرية الناتجة (الرئيسية) ونسبة النصف من الأنابيب الثانوية (32،26،15).

تكون الغزارة الجارية في أنابيب الشبكة والتي ستقوم عملية التصميم عليها كما هو موضح في الجدول (7-9).

رقم الخط	الغزارة m^3/s
1	5.54
2	5.293
3	2.3605
4	2.3245
5	2.1235
6	1.8445
7	1.4695
8	1.3165
9	1.1705
10	0.556
11	0.417
12	0.261
13	0.4685
14	0.2975
15	0.2195
16	0.3695
17	0.6095
18	0.9835
19	1.0005
20	1.696
21	0.393
22	0.135
23	0.949
24	0.3635
25	0.1355
26	0.15
27	0.4
28	0.503
29	0.2955
30	0.2145
31	0.1145
32	0.0145
33	0.0145
34	0.2385

الجدول (7−9) توزع الغزارات في خطوط الشبكة

يمكن صياغة عملية تحديد التصميم الأمثل للشبكة الموافق لهذه الحالة على النحو التالي:

تابع الهدف:

$$z =$$
$$313.5x1 + 271.7x2 + 313.5x3 + 271.7x4 + 313.5x5 +$$
$$271.7x6 + 313.5x7 + 271.7x8 + 313.5x9 + 271.7x10 +$$
$$313.5x11 + 271.7x12 + 313.5x13 + 271.7x14 + 313.5x15 +$$
$$271.7x16 + 313.5x17 + 271.7x18 + 176.5x19 + 126.3x20 +$$
$$96.1x21 + 176.5x22 + 126.3x23 + 96.1x24 + 176.5x25 +$$
$$126.3x26 + 96.1x27 + 176.5x28 + 126.3x29 + 96.1x30 +$$
$$176.5x31 + 126.3x32 + 96.1x33 + 176.5x34 + 126.3x35 +$$
$$96.1x36 + 96.1x37 + 68.7x38 + 44.7x39 + 176.5x40 +$$
$$126.3x41 + 96.1x42 + 176.5x43 + 126.3x44 + 96.1x45 +$$
$$176.5x46 + 126.3x47 + 96.1x48 + 271.7x49 + 176.5x50 +$$
$$96.1x51 + 68.7x52 + 44.7x53 + 96.1x54 + 68.7x55 +$$
$$44.7x56 + 271.7x57 + 176.5x58 + 176.5x59 + 126.3x60 +$$
$$96.1x61 + 96.1x62 + 68.7x63 + 96.1x64 + 68.7x65 +$$
$$44.7x66 + 126.3x67 + 96.1x68 + 68.7x69 + 176.5x70 +$$
$$126.3x71 + 96.1x72 + 176.5x73 + 126.3x74 + 96.1x75 +$$
$$96.1x76 + 68.7x77 + 44.7x78 + 96.1x79 + 68.7x80 +$$
$$44.7x81 + 96.1x82 + 68.7x83 + 44.7x84 + 96.1x85 +$$
$$68.7x86 + 44.7x87 + 96.1x88 + 68.7x89 + 44.7x90$$

قيود الفواقد:

- المسار بين الخزان والعقدة (13):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 + 0.00457x5 +$$
$$0.00736x6 + 0.00443x7 + 0.00714x8 + 0.0037x9 + 0.00596x10 +$$
$$0.00279x11 + 0.0045x12 + 0.00177x13 + 0.00285x14 + 0.00142x15 +$$
$$0.00229x16 + 0.00112x17 + 0.00181x18 + 0.00172x19 + 0.00525x20 +$$
$$0.01307x21 + 0.00097x22 + 0.00296x23 + 0.00735x24 + 0.00038x25 +$$
$$0.00116x26 + 0.00288x27 \leq 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (22):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 +$$
$$0.0038x49 + 0.01602x50 + 0.00653x51 + 0.01993x52 + 0.084x53 +$$
$$0.00077x54 + 0.00235x55 + 0.00991x56 \leq 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (30):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 + 0.0038x49 + 0.01602x50 + 0.00119x57 + 0.00502x58 + 0.00049x73 + 0.00148x74 + 0.00369x75 + 0.00195x76 + 0.00594x77 + 0.02502x78 + 0.00055x79 + 0.00169x80 + 0.00713x81 + 0.00001x82 + 0.00003x83 + 0.00011x84 \leq 70$$

قيود الحلقات:

الحلقة I :

$$0.00457x5 + 0.00736x6 + 0.00443x7 + 0.00714x8 + 0.0037x9 + 0.00596x10 + 0.00279x11 + 0.0045x12 + 0.00177x13 + 0.00285x14 + 0.00142x15 + 0.00229x16 + 0.00112x17 + 0.00181x18 + 0.00122x28 + 0.00373x29 + 0.00928x30 + 0.00049x31 + 0.0015x32 + 0.00374x33 + 0.00027x34 + 0.00082x35 + 0.00204x36 - 0.00577x37 - 0.01762x38 - 0.07425x39 - 0.00207x40 - 0.00631x41 - 0.01571x42 - 0.00539x43 - 0.01644x44 - 0.04091x45 - 0.00557x46 - 0.01701x47 - 0.04233x48 = 0$$

الحلقة II :

$$0.00577x37 + 0.01762x38 + 0.07425x39 + 0.00207x40 + 0.00631x41 + 0.01571x42 + 0.00539x43 + 0.01644x44 + 0.04091x45 + 0.00557x46 + 0.01701x47 + 0.04233x48 - 0.0038x49 - 0.01602x50 - 0.00119x57 - 0.00502x58 - 0.00074x59 - 0.00225x60 - 0.00559x61 - 0.00078x62 - 0.00237x63 + 0.00095x64 + 0.0029x65 + 0.01224x66 + 0.00272x67 + 0.00677x68 + 0.02065x69 + 0.00141x70 + 0.0043x71 + 0.0107x72 = 0$$

الحلقة III :

$$0.00074x59 + 0.00225x60 + 0.00559x61 + 0.00078x62 + 0.00237x63 - 0.00049x73 - 0.00148x74 - 0.00369x75 - 0.00195x76 - 0.00594x77 - 0.02502x78 - 0.00055x79 - 0.00169x80 - 0.00713x81 - 0.00001x82 - 0.00003x83 - 0.00011x84 + 0.00001x85 + 0.00003x86 + 0.00011x87 + 0.00241x88 + 0.00734x89 + 0.03094x90 = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 = 100$$

$$X_3 + X_4 = 1350$$

$$X_5 + X_6 = 900$$

$$X_7 + X_8 = 1150$$

$$X_9 + X_{10} = 1450$$

$$X_{11} + X_{12} = 450$$

$$X_{13} + X_{14} = 850$$

$$X_{15} + X_{16} = 850$$

$$X_{17} + X_{18} = 800$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 950$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1200$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 3500$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 800$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 500$$

$$X_{34} + X_{35} + X_{36} = 550$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} = 2730$$

$$X_{40} + X_{41} + X_{42} = 1750$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} = 800$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 400$$

$$X_{49} + X_{50} = 2200$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} = 1500$$

$$X_{54} + X_{55} + X_{56} = 500$$

$$X_{57} + X_{58} = 2650$$

$$X_{59} + X_{60} + X_{61} = 1230$$

$$X_{62} + X_{63} = 1300$$

$$X_{64} + X_{65} + X_{66} = 850$$

$$X_{67} + X_{68} + X_{69} = 300$$

$$X_{70} + X_{71} + X_{72} = 750$$

$$X_{73} + X_{74} + X_{75} = 1500$$

$$X_{76} + X_{77} + X_{78} = 2000$$

$$X_{79} + X_{80} + X_{81} = 1600$$

$$X_{82} + X_{83} + X_{84} = 150$$

$$X_{85} + X_{86} + X_{87} = 860$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 950$$

الحل:

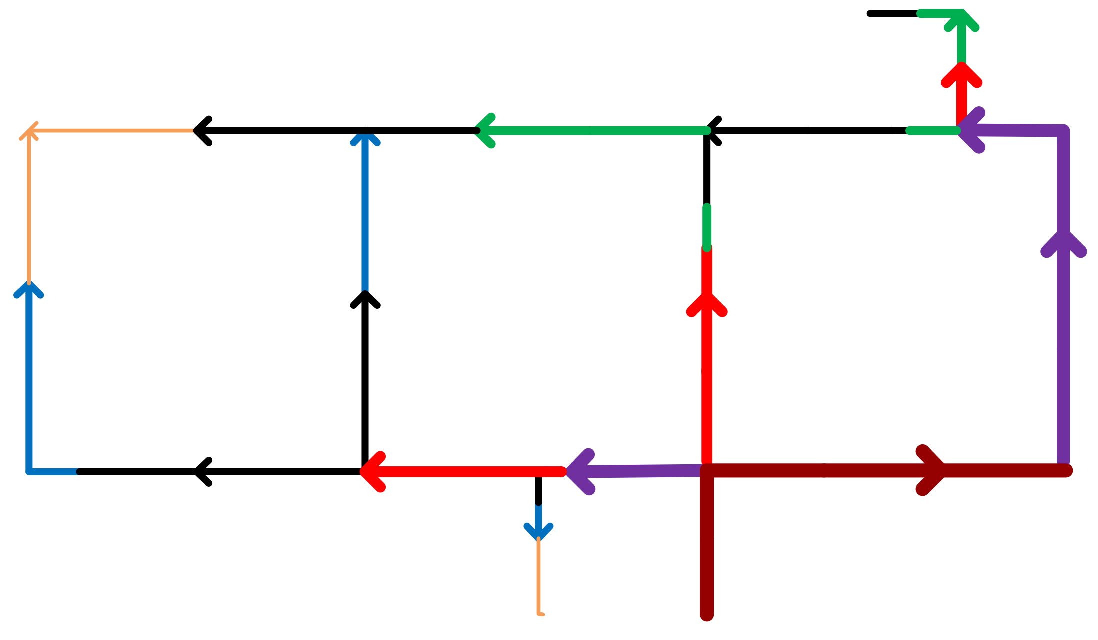
يبين الجدول (7-10) التصميم الأمثل للشبكة الموافقة لهذه الحالة. كما يبين الشكل (7-6) التصميم الناتج تخطيطاً. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (12، 13، 17، 20، 21، 30). كما نلاحظ تناقص الأقطار المختارة للأنابيب باتجاه أطراف الشبكة حيث تنقص الغزارة في هذا الاتجاه. وكلفة التصميم تساوي إلى 6166087 وحدة نقدية.

يلاحظ كذلك أن تصميم الأنبوبين الرئيسيين (1) و(2) الخارجين من الخزان لم يتغير عن الحالة السابقة وهذا متوقع لأن الغزارة الخارجة من الخزان ثابتة. إلا أن الخطوط الواقعة في أطراف الشبكة (10، 11، 12) قد تغير تصميمها على الرغم من أن الغزارة فيها ثابتة ويعود ذلك إلى القيد المتعلق بتحقيق شروط الضغط على المسار من الخزان إلى العقد الطرفية التي تقع هذه الخطوط على مسارها.

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	1100	100
	X2	1000	0
2	X3	1100	1350
	X4	1000	0
3	X5	1100	900
	X6	1000	0
4	X7	1100	1150
	X8	1000	0
5	X9	1100	1450
	X10	1000	0
6	X11	1100	0
	X12	1000	450
7	X13	1100	0
	X14	1000	850
8	X15	1100	0
	X16	1000	850
9	X17	1100	0
	X18	1000	800
10	X19	750	950
	X20	600	0
	X21	500	0
11	X22	750	0
	X23	600	1200
	X24	500	0
12	X25	750	0
	X26	600	722.4454
	X27	500	2777.555
13	X28	750	0
	X29	600	654.0334
	X30	500	145.9666
14	X31	750	0
	X32	600	0
	X33	500	500
15	X34	750	0
	X35	600	0
	X36	500	550
16	X37	500	2730
	X38	400	0
	X39	300	0
17	X40	750	975.357
	X41	600	774.643
	X42	500	0
18	X43	750	800
	X44	600	0
	X45	500	0
19	X46	750	400

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
	X47	600	0
	X48	500	0
20	X49	1000	1999.255
	X50	750	200.7449
21	X51	500	688.5272
	X52	400	811.4728
	X53	300	0
22	X54	500	0
	X55	400	0
	X56	300	500
23	X57	1000	0
	X58	750	2650
24	X59	750	0
	X60	600	0
	X61	500	1230
25	X62	500	0
	X63	400	1300
26	X64	500	850
	X65	400	0
	X66	300	0
27	X67	600	300
	X68	500	0
	X69	400	0
28	X70	750	0
	X71	600	750
	X72	500	0
29	X73	750	0
	X74	600	0
	X75	500	1500
30	X76	500	1954.396
	X77	400	45.60373
	X78	300	0
31	X79	500	0
	X80	400	1600
	X81	300	0
32	X82	500	0
	X83	400	0
	X84	300	150
33	X85	500	0
	X86	400	0
	X87	300	860
34	X88	500	950
	X89	400	0
	X90	300	0

الجدول (7–10) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا



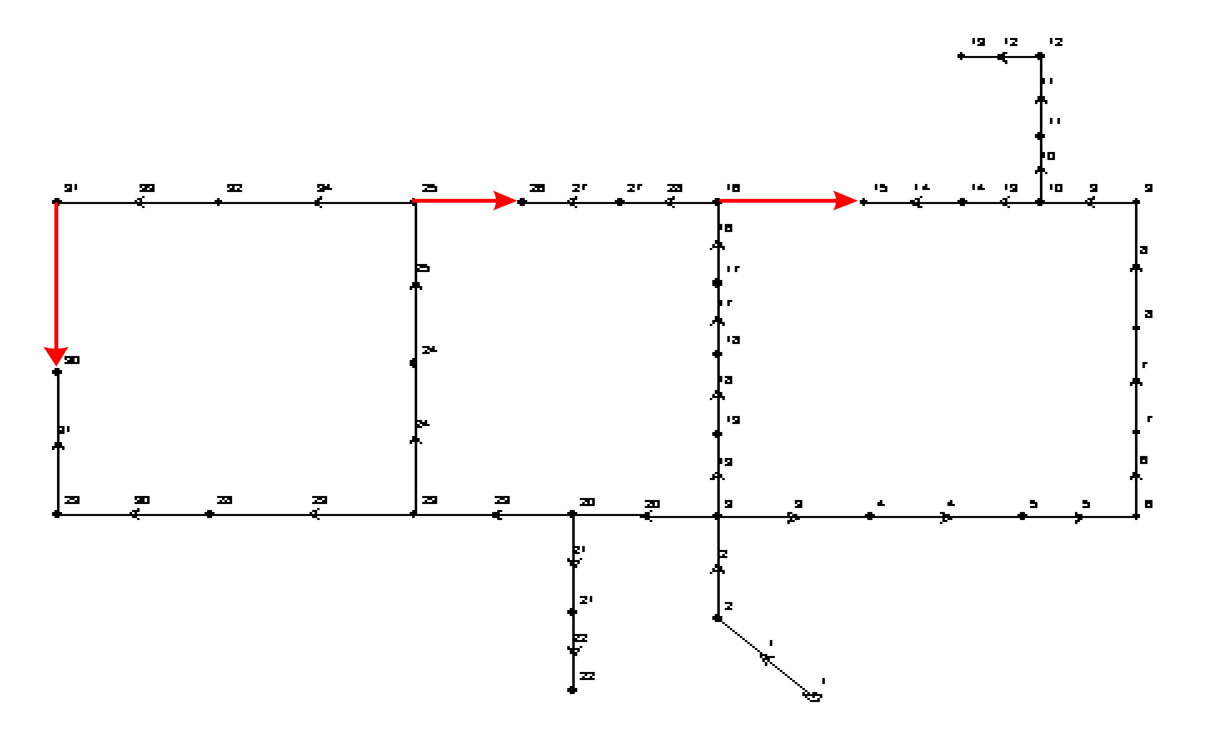


الشكل (7-6) تصميم شبكة هانوي (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة النصف من الأنابيب الرئيسية، والنصف من الأنابيب الثانوية)

5.1.7 تصميم شبكة هانوي بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 67٪ من الشبكة الشجرية و33٪ من الأنابيب الثانوية مع عكس اتجاه الجريان في الأنابيب الثانوية:

هذه الحالة مشابهة للحالة التصميمية الواردة في الفقرة (7-1-3) غير أنه تم فرض أن العقد (15،26،30) هي العقد الطرفية التي تتغذى بنسبة الثلثين من الشبكة الرئيسية ونسبة الثلث من الأنابيب الثانوية (15،26،32)، أي أن الغزارة الجارية في هذه الأنابيب أصبحت في اتجاه معاكس للحالة الواردة في الفقرة (7-1-3)، الشكل (7-7).

يبين الجدول (7-11) الغزارات الجارية في أنابيب الشبكة في هذه الحالة والتي ستبنى عليها عملية التصميم.



الشكل (7–7) شبكة هانوي الحلقية بعد إعادة الأنابيب المحذوفة وعكس اتجاه الجريان

رقم الخط	الغزارة m^3/s
1	5.54
2	5.293
3	2.115
4	2.079
5	1.878
6	1.599
7	1.224
8	1.071
9	0.925
10	0.556
11	0.417
12	0.261
13	0.223
14	0.052
15	0.026
16	0.382
17	0.622
18	0.996
19	1.013
20	1.929
21	0.393
22	0.135

رقم الخط	الغزارة m^3/s
23	1.182
24	0.611
25	0.383
26	0.083
27	0.167
28	0.27
29	0.248
30	0.167
31	0.067
32	0.033
33	0.062
34	0.286

الجدول (7–11) توزع الغزارات في خطوط الشبكة

في هذه الحالة تأخذ صياغة مسألة الأمثلة الشكل التالي:

تابع الهدف :

$$
\begin{aligned}
z = {} \\
& 313.5x1 + 271.7x2 + 313.5x3 + 271.7x4 + 313.5x5 + \\
& 271.7x6 + 313.5x7 + 271.7x8 + 313.5x9 + 271.7x10 + \\
& 313.5x11 + 271.7x12 + 313.5x13 + 271.7x14 + 271.7x15 + \\
& 176.5x16 + 271.7x17 + 176.5x18 + 271.7x19 + 176.5x20 + \\
& 96.1x21 + 176.5x22 + 126.3x23 + 96.1x24 + 176.5x25 + \\
& 126.3x26 + 96.1x27 + 176.5x28 + 126.3x29 + 96.1x30 + \\
& 176.5x31 + 126.3x32 + 96.1x33 + 176.5x34 + 126.3x35 + \\
& 96.1x36 + 271.7x37 + 176.5x38 + 126.3x39 + 271.7x40 + \\
& 176.5x41 + 126.3x42 + 271.7x43 + 176.5x44 + 126.3x45 + \\
& 271.7x46 + 176.5x47 + 126.3x48 + 271.7x49 + 176.5x50 + \\
& 96.1x51 + 68.7x52 + 44.7x53 + 96.1x54 + 68.7x55 + \\
& 44.7x56 + 271.7x57 + 176.5x58 + 176.5x59 + 126.3x60 + \\
& 96.1x61 + 96.1x62 + 68.7x63 + 96.1x64 + 68.7x65 + \\
& 44.7x66 + 126.3x67 + 96.1x68 + 68.7x69 + 176.5x70 + \\
& 126.3x71 + 96.1x72 + 176.5x73 + 126.3x74 + 96.1x75 + \\
& 96.1x76 + 68.7x77 + 44.7x78 + 96.1x79 + 68.7x80 + \\
& 44.7x81 + 96.1x82 + 68.7x83 + 44.7x84 + 96.1x85 + \\
& 68.7x86 + 44.7x87 + 96.1x88 + 68.7x89 + 44.7x90
\end{aligned}
$$

قيود الفواقد:

- المسار بين الخزان والعقدة (13):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 + 0.00367x5 +$$
$$0.00591x6 + 0.00355x7 + 0.00571x8 + 0.00289x9 + 0.00466x10 +$$
$$0.0021x11 + 0.00338x12 + 0.00123x13 + 0.00198x14 + 0.00152x15 +$$
$$0.00639x16 + 0.00113x17 + 0.00477x18 + 0.00041x19 + 0.00172x20 +$$
$$0.01307x21 + 0.00097x22 + 0.00296x23 + 0.00735x24 + 0.00038x25 +$$
$$0.00116x26 + 0.00288x27 \le 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (22):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 +$$
$$0.00492x49 + 0.02072x50 + 0.00653x51 + 0.01993x52 + 0.084x53 +$$
$$0.00077x54 + 0.00235x55 + 0.00991x56 \le 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (30):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 +$$
$$0.00492x49 + 0.02072x50 + 0.00185x57 + 0.00778x58 +$$
$$0.00034x73 + 0.00105x74 + 0.0026x75 + 0.00118x76 + 0.0036x77 +$$
$$0.01517x78 + 0.00019x79 + 0.00058x80 + 0.00244x81 \le 70$$

قيود الحلقات:

الحلقة **I** :

$$0.00367x5 + 0.00591x6 + 0.00355x7 + 0.00571x8 + 0.00289x9 +$$
$$0.00466x10 + 0.0021x11 + 0.00338x12 + 0.00123x13 + 0.00198x14 +$$
$$0.00152x15 + 0.00639x16 + 0.00113x17 + 0.00477x18 +$$
$$0.00028x28 + 0.00085x29 + 0.0021x30 + 0.00002x31 + 0.00005x32 +$$
$$0.00011x33 - 0.00001x35 - 0.00003x36 - 0.00019x37 - 0.00081x38$$
$$- 0.00248x39 - 0.00051x40 - 0.00215x41 - 0.00658x42 - 0.00131x43$$
$$- 0.00552x44 - 0.01686x45 - 0.00136x46 - 0.00571x47 - 0.01744x48 = 0$$

الحلقة **II** :

$$0.00019x37 + 0.00081x38 + 0.00248x39 + 0.00051x40 + 0.00215x41 +$$
$$0.00658x42 + 0.00131x43 + 0.00552x44 + 0.01686x45 + 0.00136x46 +$$
$$0.00571x47 + 0.01744x48 - 0.00492x49 - 0.02072x50$$
$$- 0.00185x57 - 0.00778x58 - 0.00208x59 - 0.00634x60 - 0.01579x61 +$$
$$0.0062x62 + 0.01893x63 + 0.00029x64 + 0.00089x65 + 0.00375x66 +$$
$$0.00047x67 + 0.00118x68 + 0.0036x69 + 0.00041x70 + 0.00124x71 +$$
$$0.00308x72 = 0$$

الحلقة III :

$$0.00208x59 + 0.00634x60 + 0.01579x61 + 0.0062x62 + 0.01893x63 - 0.00034x73 - 0.00105x74 - 0.0026x75 - 0.00118x76 - 0.0036x77 - 0.01517x78 - 0.00019x79 - 0.00058x80 - 0.00244x81 + 0.00005x82 + 0.00014x83 + 0.00059x84 + 0.00016x85 + 0.0005x86 + 0.00209x87 + 0.00346x88 + 0.01056x89 + 0.04449x90 = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 = 100$$

$$X_3 + X_4 = 1350$$

$$X_5 + X_6 = 900$$

$$X_7 + X_8 = 1150$$

$$X_9 + X_{10} = 1450$$

$$X_{11} + X_{12} = 450$$

$$X_{13} + X_{14} = 850$$

$$X_{15} + X_{16} = 850$$

$$X_{17} + X_{18} = 800$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 950$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1200$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 3500$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 800$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 500$$

$$X_{34} + X_{35} + X_{36} = 550$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} = 2730$$

$$X_{40} + X_{41} + X_{42} = 1750$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} = 800$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 400$$

$$X_{49} + X_{50} = 2200$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} = 1500$$

$$X_{54} + X_{55} + X_{56} = 500$$

$$X_{57} + X_{58} = 2650$$

$$X_{59} + X_{60} + X_{61} = 1230$$

$$X_{62} + X_{63} = 1300$$

$$X_{64} + X_{65} + X_{66} = 850$$

$$X_{67} + X_{68} + X_{69} = 300$$

$$X_{70} + X_{71} + X_{72} = 750$$

$$X_{73} + X_{74} + X_{75} = 1500$$

$$X_{76} + X_{77} + X_{78} = 2000$$

$$X_{79} + X_{80} + X_{81} = 1600$$

$$X_{82} + X_{83} + X_{84} = 150$$

$$X_{85} + X_{86} + X_{87} = 860$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 950$$

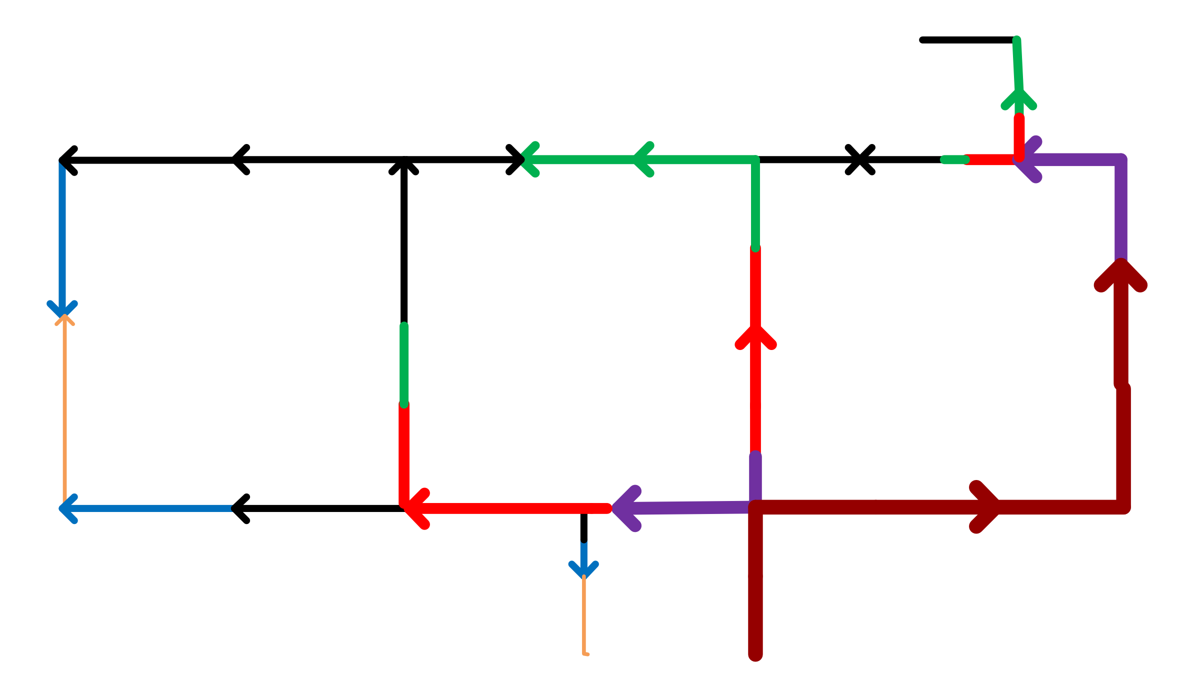
الحل:

يبين الجدول (7-12) التصميم الأمثل للشبكة الموافقة لهذه الحالة. كما يبين الشكل (7-8) التصميم الناتج تخطيطا. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه ، كما في الحالات السابقة، جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (10، 13، 19،21، 23، 24). كما نلاحظ تناقص الأقطار المختارة للأنابيب باتجاه أطراف الشبكة حيث تنقص الغزارة في هذا الاتجاه. وكلفة التصميم تساوي إلى 6,632,944 وحدة نقدية.

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	1100	100
	X2	1000	0
2	X3	1100	1350
	X4	1000	0
3	X5	1100	900
	X6	1000	0
4	X7	1100	1150
	X8	1000	0
5	X9	1100	1450
	X10	1000	0
6	X11	1100	450
	X12	1000	0
7	X13	1100	850
	X14	1000	0
8	X15	1000	850
	X16	750	0
9	X17	1000	800
	X18	750	0
10	X19	1000	0
	X20	750	472.7276
	X21	600	477.2724
11	X22	750	0
	X23	600	1200
	X24	500	0
12	X25	750	0
	X26	600	0
	X27	500	3500
13	X28	750	537.3248
	X29	600	262.6749
	X30	500	0
14	X31	750	0
	X32	600	0
	X33	500	500
	X34	750	0
15	X35	600	0
	X36	500	550
16	X37	1000	0
	X38	750	0
	X39	600	2730.001
17	X40	1000	0
	X41	750	1750
	X42	600	0
18	X43	1000	0
	X44	750	800
	X45	600	0
19	X46	1000	246.2378
	X47	750	153.7622
	X48	600	0

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
20	X49	1000	2200
	X50	750	0
21	X51	500	688.7573
	X52	400	811.2427
	X53	300	0
22	X54	500	0
	X55	400	0
	X56	300	500
23	X57	1000	1685.123
	X58	750	964.8773
24	X59	750	1010.225
	X60	600	219.7746
	X61	500	0
25	X62	500	1300
	X63	400	0
	X64	500	850
26	X65	400	0
	X66	300	0
27	X67	600	300
	X68	500	0
	X69	400	0
28	X70	750	0
	X71	600	750
	X72	500	0
29	X73	750	0
	X74	600	0
	X75	500	1500
30	X76	500	0
	X77	400	2000
	X78	300	0
31	X79	500	0
	X80	400	0
	X81	300	1600
	X82	500	0
32	X83	400	150
	X84	300	0
33	X85	500	860
	X86	400	0
	X87	300	0
34	X88	500	950
	X89	400	0
	X90	300	0

الجدول (7–12) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا





الشكل (7-8) تصميم شبكة هانوي (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة الثلثين من الأنابيب الرئيسية، والثلث من الأنابيب الثانوية مع عكس اتجاه الجريان في الأنابيب الثانوية)

6.1.7 تصميم شبكة هانوي بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 50٪ من الشبكة الشجرية و50٪ من الأنابيب الثانوية مع عكس اتجاه الجريان في الأنابيب الثانوية:

هذه الحالة مشابهة للحالة التصميمية الواردة في الفقرة (7-1-4) غير أنه تم فرض أن العقد (15،26،30) هي العقد الطرفية التي تتغذى بنسبة النصف من الشبكة الرئيسية ونسبة النصف من الأنابيب الثانوية (15،26،32)، أي أن الغزارة الجارية في هذه الأنابيب أصبحت في اتجاه معاكس للحالة الواردة في الفقرة (7-1-4).

يبين الجدول (7-13) الغزارات الجارية في أنابيب الشبكة في هذه الحالة والتي ستبنى عليها عملية التصميم.

رقم الخط	الغزارة m^3/s
1	5.54
2	5.293
3	2.102
4	2.066
5	1.865
6	1.586
7	1.211
8	1.058
9	0.912
10	0.556
11	0.417
12	0.261
13	0.21
14	0.039
15	0.039
16	0.353
17	0.593
18	0.967
19	0.984
20	1.971
21	0.393
22	0.135
23	1.224
24	0.653
25	0.425
26	0.125
27	0.125
28	0.228
29	0.231
30	0.15
31	0.05
32	0.05
33	0.079
34	0.303

الجدول (7–13) توزع الغزارات في خطوط الشبكة

تابع الهدف:

$$z = 313.5x1 + 271.7x2 + 313.5x3 + 271.7x4 + 313.5x5 + 271.7x6 + 313.5x7 + 271.7x8 + 313.5x9 + 271.7x10 + 313.5x11 + 271.7x12 + 313.5x13 + 271.7x14 + 271.7x15 + 176.5x16 + 271.7x17 + 176.5x18 + 271.7x19 + 176.5x20 + 126.3x21 + 176.5x22 + 126.3x23 + 96.1x24 + 176.5x25 + 126.3x26 + 96.1x27 + 176.5x28 + 126.3x29 + 96.1x30 + 176.5x31 + 126.3x32 + 96.1x33 + 176.5x34 + 126.3x35 + 96.1x36 + 176.5x37 + 126.3x38 + 96.1x39 + 176.5x40 + 126.3x41 + 96.1x42 + 176.5x43 + 126.3x44 + 96.1x45 + 271.7x46 + 176.5x47 + 126.3x48 + 271.7x49 + 176.5x50 + 96.1x51 + 68.7x52 + 44.7x53 + 96.1x54 + 68.7x55 + 44.7x56 + 271.7x57 + 176.5x58 + 176.5x59 + 126.3x60 + 96.1x61 + 126.3x62 + 96.1x63 + 96.1x64 + 68.7x65 + 44.7x66 + 126.3x67 + 96.1x68 + 68.7x69 + 176.5x70 + 126.3x71 + 96.1x72 + 176.5x73 + 126.3x74 + 96.1x75 + 96.1x76 + 68.7x77 + 44.7x78 + 96.1x79 + 68.7x80 + 44.7x81 + 96.1x82 + 68.7x83 + 44.7x84 + 96.1x85 + 68.7x86 + 44.7x87 + 126.3x88 + 96.1x89 + 68.7x90$$

قيود الفواقد :

- المسار بين الخزان والعقدة (13):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 + 0.00363x5 + 0.00584x6 + 0.0035x7 + 0.00564x8 + 0.00285x9 + 0.0046x10 + 0.00206x11 + 0.00332x12 + 0.0012x13 + 0.00194x14 + 0.00148x15 + 0.00623x16 + 0.0011x17 + 0.00463x18 + 0.00041x19 + 0.00172x20 + 0.00525x21 + 0.00097x22 + 0.00296x23 + 0.00735x24 + 0.00038x25 + 0.00116x26 + 0.00288x27 \leq 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (22):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 + 0.00513x49 + 0.02164x50 + 0.00653x51 + 0.01993x52 + 0.084x53 + 0.00077x54 + 0.00235x55 + 0.00991x56 \leq 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (30):

$$0.02519x1 + 0.04056x2 + 0.02299x3 + 0.03703x4 +$$
$$0.00513x49 + 0.02164x50 + 0.00198x57 + 0.00834x58 +$$
$$0.0003x73 + 0.00091x74 + 0.00226x75 + 0.00095x76 + 0.0029x77 +$$
$$0.01224x78 + 0.00011x79 + 0.00032x80 + 0.00136x81 \leq 70$$

قيود الحلقات:

الحلقة I :

$$0.00363x5 + 0.00584x6 + 0.0035x7 + 0.00564x8 + 0.00285x9 +$$
$$0.0046x10 + 0.00206x11 + 0.00332x12 + 0.0012x13 + 0.00194x14 +$$
$$0.00148x15 + 0.00623x16 + 0.0011x17 + 0.00463x18 +$$
$$0.00025x28 + 0.00075x29 + 0.00187x30 + 0.00001x31 + 0.00003x32 +$$
$$0.00006x33 - 0.00001x34 - 0.00003x35 - 0.00006x36 - 0.00069x37$$
$$- 0.00212x38 - 0.00527x39 - 0.00196x40 - 0.00598x41 - 0.01487x42$$
$$- 0.00521x43 - 0.01589x44 - 0.03955x45 - 0.00128x46 - 0.00539x47$$
$$- 0.01646x48 = 0$$

الحلقة II :

$$0.00069x37 + 0.00212x38 + 0.00527x39 + 0.00196x40 + 0.00598x41 +$$
$$0.01487x42 + 0.00521x43 + 0.01589x44 + 0.03955x45 + 0.00128x46 +$$
$$0.00539x47 + 0.01646x48 - 0.00513x49 - 0.02164x50$$
$$- 0.00198x57 - 0.00834x58 - 0.00237x59 - 0.00725x60 - 0.01803x61 +$$
$$0.00764x62 + 0.02331x63 + 0.00066x64 + 0.00202x65 + 0.0085x66 +$$
$$0.00027x67 + 0.00066x68 + 0.00202x69 + 0.00029x70 + 0.00088x71 +$$
$$0.0022x72 = 0$$

الحلقة III :

$$0.00237x59 + 0.00725x60 + 0.01803x61 + 0.00307x62 + 0.00764x63$$
$$- 0.0003x73 - 0.00091x74 - 0.00226x75 - 0.00095x76 - 0.0029x77$$
$$- 0.01224x78 - 0.00011x79 - 0.00032x80 - 0.00136x81 + 0.00011x82 +$$
$$0.00032x83 + 0.00136x84 + 0.00026x85 + 0.00081x86 + 0.00339x87 +$$
$$0.00156x88 + 0.00388x89 + 0.01185x90 = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 = 100$$

$$X_3 + X_4 = 1350$$

$$X_5 + X_6 = 900$$

$$X_7 + X_8 = 1150$$

$$X_9 + X_{10} = 1450$$

$$X_{11} + X_{12} = 450$$

$$X_{13} + X_{14} = 850$$

$$X_{15} + X_{16} = 850$$

$$X_{17} + X_{18} = 800$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 950$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1200$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 3500$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 800$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 500$$

$$X_{34} + X_{35} + X_{36} = 550$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} = 2730$$

$$X_{40} + X_{41} + X_{42} = 1750$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} = 800$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 400$$

$$X_{49} + X_{50} = 2200$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} = 1500$$

$$X_{54} + X_{55} + X_{56} = 500$$

$$X_{57} + X_{58} = 2650$$

$$X_{59} + X_{60} + X_{61} = 1230$$

$$X_{62} + X_{63} = 1300$$

$$X_{64} + X_{65} + X_{66} = 850$$

$$X_{67} + X_{68} + X_{69} = 300$$

$$X_{70} + X_{71} + X_{72} = 750$$

$$X_{73} + X_{74} + X_{75} = 1500$$

$$X_{76} + X_{77} + X_{78} = 2000$$

$$X_{79} + X_{80} + X_{81} = 1600$$

$$X_{82} + X_{83} + X_{84} = 150$$

$$X_{85} + X_{86} + X_{87} = 860$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 950$$

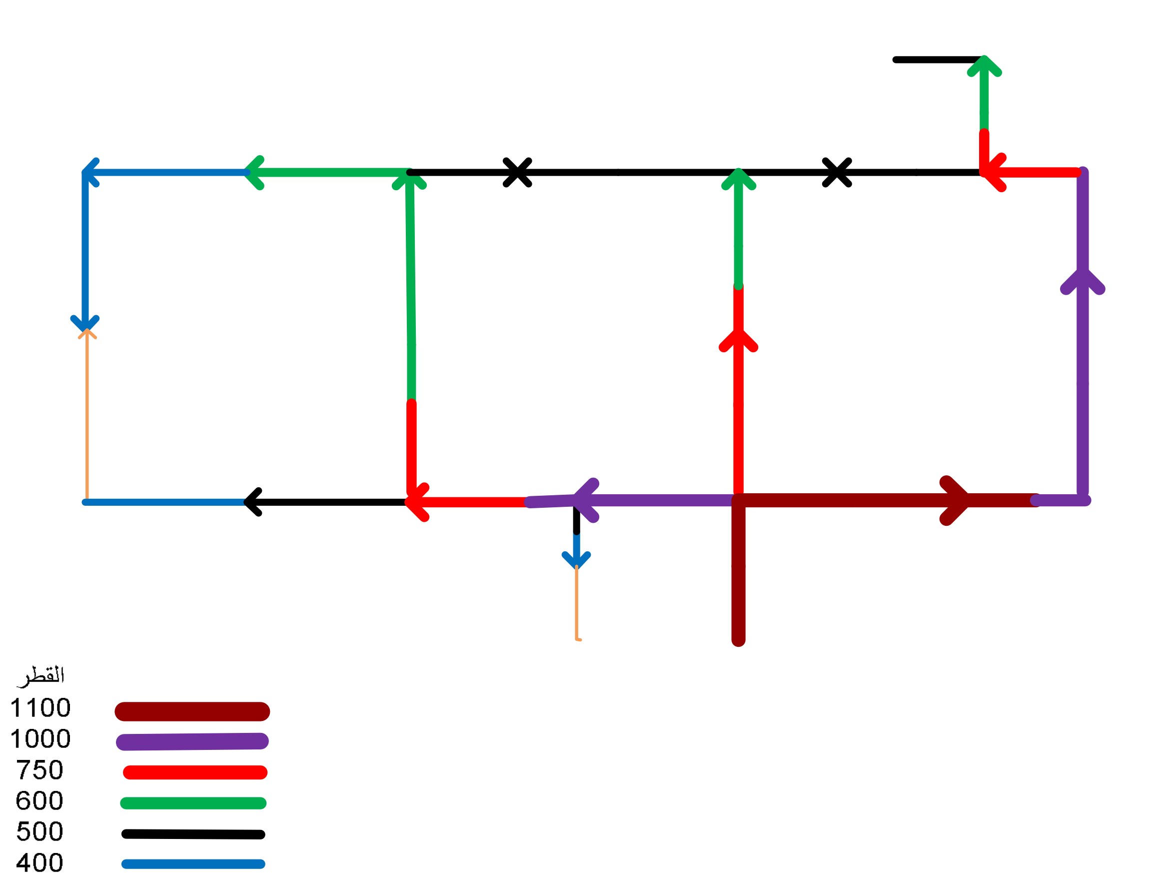
الحل:

يبين الجدول (7-14) التصميم الأمثل للشبكة الموافقة لهذه الحالة. كما يبين الشكل (7-9) التصميم الناتج تخطيطاً. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (5، 10، 17، 21، 23، 24). كما نلاحظ تناقص الأقطار باتجاه أطراف الشبكة حيث تنقص الغزارة في هذا الاتجاه. وكلفة التصميم تساوي إلى 6,223,399 وحدة نقدية.

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	1100	100
	X2	1000	0
2	X3	1100	1350
	X4	1000	0
3	X5	1100	900
	X6	1000	0
4	X7	1100	1150
	X8	1000	0
5	X9	1100	953.0817
	X10	1000	496.9183
6	X11	1100	0
	X12	1000	450
7	X13	1100	0
	X14	1000	850
8	X15	1000	850
	X16	750	0
9	X17	1000	0
	X18	750	800
10	X19	1000	0
	X20	750	729.9943
	X21	600	220
11	X22	750	0
	X23	600	1200
	X24	500	0
12	X25	750	0
	X26	600	0
	X27	500	3500
13	X28	750	0
	X29	600	0
	X30	500	800
14	X31	750	0
	X32	600	0
	X33	500	500
15	X34	750	0
	X35	600	0
	X36	500	550
16	X37	750	0
	X38	600	2750
	X39	500	0
17	X40	750	167.3971
	X41	600	1582.603
	X42	500	0
18	X43	750	800
	X44	600	0
	X45	500	0

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
19	X46	1000	0
	X47	750	400
	X48	600	0
20	X49	1000	2200
	X50	750	0
21	X51	500	724.2941
	X52	400	775.7059
	X53	300	0
22	X54	500	0
	X55	400	0
	X56	300	500
23	X57	1000	680.3423
	X58	750	1969.658
24	X59	750	771.6937
	X60	600	458.3063
	X61	500	0
25	X62	600	1300
	X63	500	0
26	X64	500	850
	X65	400	0
	X66	300	0
27	X67	600	0
	X68	500	300
	X69	400	0
28	X70	750	0
	X71	600	0
	X72	500	750
29	X73	750	0
	X74	600	0
	X75	500	1500
30	X76	500	0
	X77	400	2000
	X78	300	0
31	X79	500	0
	X80	400	0
	X81	300	1600
32	X82	500	0
	X83	400	150
	X84	300	0
33	X85	500	0
	X86	400	860
	X87	300	0
34	X88	600	950
	X89	500	0
	X90	400	0

الجدول (7–14) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا



الشكل (7-9) تصميم شبكة هانوي (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة النصف من الأنابيب الرئيسية، والنصف من الأنابيب الثانوية مع عكس اتجاه الجريان في الأنابيب الثانوية)

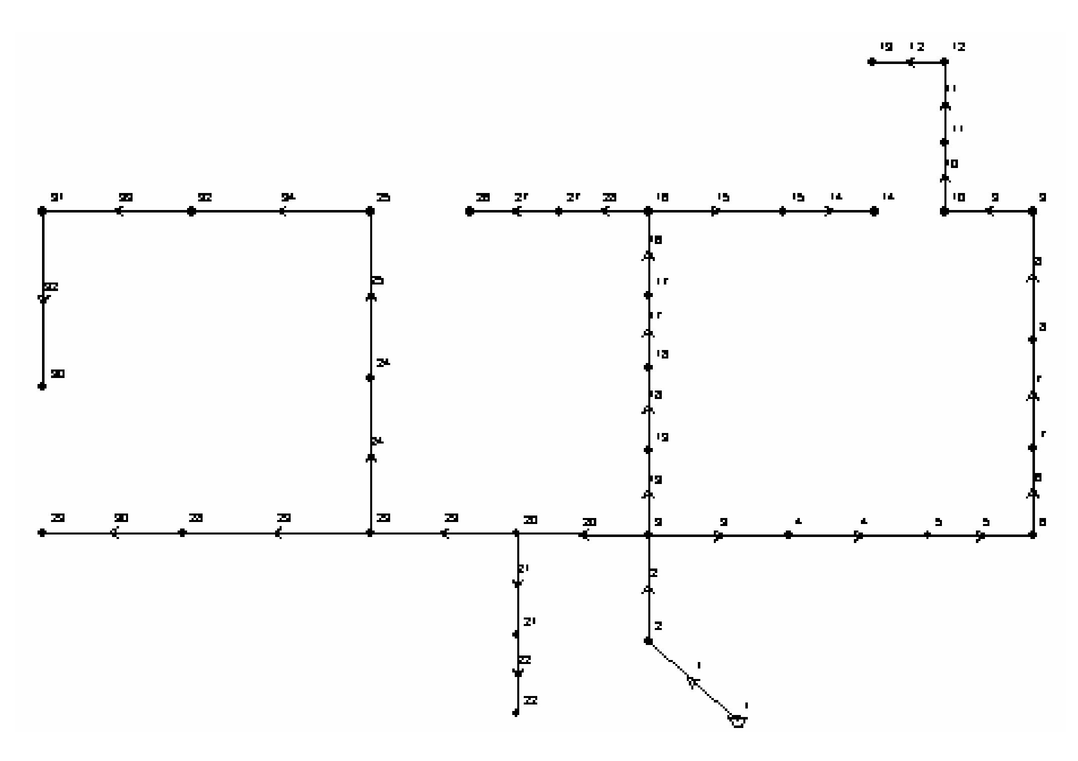
7.1.7 استنتاج الشبكة الشجرية من الشبكة الحلقية (بطريقة المسار الأقصر):

تم في هذه الفقرة والفقرات اللاحقة دراسة تأثير طريقة اقتباس الشبكة الشجرية من الشبكة الحلقية على تصميم الشبكة وكلفتها، حيث تم استخدام طريقة المسار الأقصر لاستنباط الشبكة الشجرية، ثم تم تصميم هذه الشبكة في نفس الحالات التصميمة المشار إليها سابقا وهي:

- تصميم الشبكة بفرض أن جميع عقد الشبكة تتغذى بالكامل عن طريق الشبكة الشجرية (الأنابيب الرئيسية).
- تصميم الشبكة بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 67% من الشبكة الشجرية (الأنابيب الرئيسية) و33% من الأنابيب الثانوية.
- تصميم شبكة هانوي بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 50% من الشبكة الشجرية (الأنابيب الرئيسية) و50% من الأنابيب الثانوية.

وتم مقارنة الكلف الناتجة في هذه الحالات مع الكلف الناتجة سابقاً.

يبين الشكل (7-10) شبكة هانوي الشجرية المقتبسة من الشبكة الحلقية باستخدام طريقة المسار الأقصر وفق المنهجية المشار إليها في الفقرة (4-2-2). كما يبين الجدول (7-15) الغزارات الجارية في أنابيب الشبكة الشجرية المقتبسة والتي تعد أساسا لحساب ميل خط التدرج الهيدروليكي لكل قطر أنبوب مرشح للاستخدام في عملية التصميم.



الشكل (7–10) شبكة هانوي الشجرية المقتبسة باستخدام طريقة الممر الأقصر

المتغير	*الغزارة* m^3/s
1	5.5393
2	5.2921
3	1.8917
4	1.8556
5	1.6542
6	1.3750
7	1.0000
8	0.8472
9	0.7014
10	0.5556
11	0.4167
12	0.2611
14	0.1708
15	0.2486
16	0.6875
17	0.9278
18	1.3014
19	1.3181
20	1.8462
21	0.3931

المتغير	الغزارة m^3/s
22	0.1347
23	1.0990
24	0.6282
25	0.4004
27	0.2500
28	0.3528
29	0.1806
30	0.1000
32	0.1000
33	0.1292
34	0.3532

الجدول (7–15) توزع الغزارات في خطوط الشبكة

8ـ1ـ7 تصميم الشبكة باستخدام البرمجة الخطية بفرض أن جميع عقد الشبكة تتغذى بالكامل عن طريق الشبكة الشجرية:

يمكن بناء على ما سبق صياغة مسألة التصميم الأمثل لشبكة هانوي باستخدام البرمجة الخطية على الشكل التالي:

تابع الهدف:

$$
\begin{aligned}
Z = {} & \\
& 313.4X1 + 271.7X2 + 313.4X3 + 271.7X4 + 313.4X5 + \\
& 271.7X6 + 313.4X7 + 271.7X8 + 176.4X9 + 313.4X10 + \\
& 271.7X11 + 176.4X12 + 313.4X13 + 271.7X14 + 176.4X15 + \\
& 313.4X16 + 271.7X17 + 176.4X18 + 313.4X19 + 271.7X20 + \\
& 176.4X21 + 313.4X22 + 271.7X23 + 176.4X24 + 271.7X25 + \\
& 176.4X26 + 126.2X27 + 271.7X28 + 176.4X29 + 126.2X30 + \\
& 176.4X31 + 126.2X32 + 96.0X33 + 96.0X34 + 68.7X35 + \\
& 44.6X36 + 96.0X37 + 68.7X38 + 44.6X39 + 176.4X40 + \\
& 126.2X41 + 96.0X42 + 176.4X43 + 126.2X44 + 96.0X45 + \\
& 176.4X46 + 126.2X47 + 96.0X48 + 176.4X49 + 126.2X50 + \\
& 96.0X51 + 271.7X52 + 176.4X53 + 126.2X54 + 126.2X55 + \\
& 96.0X56 + 68.7X57 + 126.2X58 + 96.0X59 + 68.7X60 + \\
& 313.4X61 + 271.7X62 + 176.4X63 + 271.7X64 + 176.4X65 + \\
& 126.2X66 + 271.7X67 + 176.4X68 + 126.2X69 + 126.2X70 + \\
& 96.0X71 + 68.7X72 + 126.2X73 + 96.0X74 + 68.7X75 + \\
& 126.2X76 + 96.0X77 + 68.7X78 + 126.2X79 + 96.0X80 + \\
& 68.7X81 + 96.0X82 + 68.7X83 + 44.6X84 + 96.0X85 + \\
& 68.7X86 + 44.6X87 + 126.2X88 + 96.0X89 + 68.7X90
\end{aligned}
$$

قيود الفواقد:

- المسار بين الخزان والعقدة (13):

$$0.02519X1 + 0.04056X2 + 0.02299X3 + 0.03703X4 + 0.00294X5 + 0.00473X6 + 0.00283X7 + 0.00455X8 + 0.01918X9 + 0.00225X10 + 0.00362X11 + 0.01525X12 + 0.00155X13 + 0.0025X14 + 0.01054X15 + 0.00082X16 + 0.00132X17 + 0.00558X18 + 0.00059X19 + 0.00095X20 + 0.004X21 + 0.0004X22 + 0.00065X23 + 0.00274X24 + 0.00041X25 + 0.00172X26 + 0.00525X27 + 0.00023X28 + 0.00097X29 + 0.00296X30 + 0.00038X31 + 0.00116X32 + 0.00288X33 \le 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (14):

$$0.02519X1 + 0.04056X2 + 0.02299X3 + 0.03703X4 + 0.00134X34 + 0.00409X35 + 0.01723X36 + 0.00277X37 + 0.00846X38 + 0.03564X39 + 0.00277X40 + 0.00845X41 + 0.02102X42 + 0.00497X43 + 0.01518X44 + 0.03777X45 + 0.00969X46 + 0.02957X47 + 0.07358X48 + 0.00994X49 + 0.03034X50 + 0.07549X51 \le 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (26):

$$0.02519X1 + 0.04056X2 + 0.02299X3 + 0.03703X4 + 0.00277X40 + 0.00845X41 + 0.02102X42 + 0.00497X43 + 0.01518X44 + 0.03777X45 + 0.00969X46 + 0.02957X47 + 0.07358X48 + 0.00994X49 + 0.03034X50 + 0.07549X51 + 0.00106X70 + 0.00264X71 + 0.00807X72 + 0.00224X73 + 0.00557X74 + 0.01701X75 \le 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (22):

$$0.02519X1 + 0.04056X2 + 0.02299X3 + 0.03703X4 + 0.0045X52 + 0.01898X53 + 0.05792X54 + 0.00262X55 + 0.00653X56 + 0.01993X57 + 0.00031X58 + 0.00077X59 + 0.00235X60 \le 70$$

-المسار بين الخزان والعقدة (29):

$$0.02519X1 + 0.04056X2 + 0.02299X3 + 0.03703X4 + 0.0045X52 + 0.01898X53 + 0.05792X54 + 0.00099X61 + 0.0016X62 + 0.00673X63 + 0.00056X76 + 0.00139X77 + 0.00423X78 + 0.00017X79 + 0.00042X80 + 0.00129X81 \le 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (30):

$$0.02519X1 + 0.04056X2 + 0.02299X3 + 0.03703X4 +$$
$$0.0045X52 + 0.01898X53 + 0.05792X54 +$$
$$0.00099X61 + 0.0016X62 + 0.00673X63 + 0.00052X64 + 0.0022X65 +$$
$$0.0067X66 + 0.00021X67 + 0.00089X68 + 0.00272X69 +$$
$$0.00042X82 + 0.00129X83 + 0.00544X84 + 0.0007X85 + 0.00215X86 +$$
$$0.00905X87 + 0.00212X88 + 0.00527X89 + 0.01608X90 \leq 70$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 = 100$$

$$X_3 + X_4 = 1350$$

$$X_5 + X_6 = 900$$

$$X_7 + X_8 + X_9 = 1150$$

$$X_{10} + X_{11} + X_{12} = 1450$$

$$X_{13} + X_{14} + X_{15} = 450$$

$$X_{16} + X_{17} + X_{18} = 850$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 850$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 800$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 950$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 1200$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 3500$$

$$X_{34} + X_{35} + X_{36} = 500$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} = 550$$

$$X_{40} + X_{41} + X_{42} = 2730$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} = 1750$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 800$$

$$X_{49} + X_{50} + X_{51} = 400$$

$$X_{52} + X_{53} + X_{54} = 2200$$

$$X_{55} + X_{56} + X_{57} = 1500$$

$$X_{58} + X_{59} + X_{60} = 500$$

$$X_{61} + X_{62} + X_{63} = 2650$$

$$X_{64} + X_{65} + X_{66} = 1230$$

$$X_{67} + X_{68} + X_{69} = 1300$$

$$X_{70} + X_{71} + X_{72} = 300$$

$$X_{73} + X_{74} + X_{75} = 750$$

$$X_{76} + X_{77} + X_{78} = 1500$$

$$X_{79} + X_{80} + X_{81} = 2000$$

$$X_{82} + X_{83} + X_{84} = 150$$

$$X_{85} + X_{86} + X_{87} = 860$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 950$$

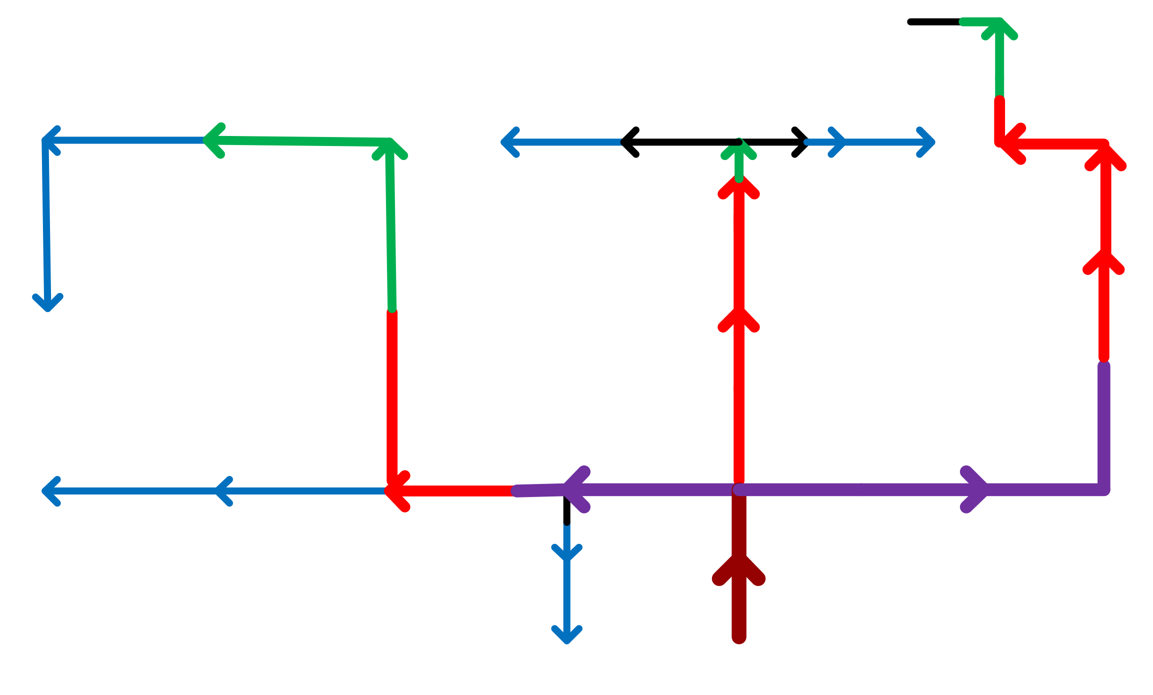
الحل:

يبين الجدول (7-16) التصميم الأمثل للشبكة الموافق لهذه الحالة. كما يبين الشكل (7-11) التصميم الناتج تخطيطاً. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (12، 15، 16، 21، 23). كما نلاحظ تناقص الأقطار المختارة للأنابيب باتجاه أطراف الشبكة حيث تنقص الغزارة في هذا الاتجاه. وقد بلغت كلفة الشبكة في هذه الحالة 5,917,093 . وفي حال استخدام أنابيب بأقطار إنشائية (300*mm*) مكان الأنابيب المزالة (الثانوية) للحفاظ على حلقية الشبكية تصبح كلفة الشبكة 6,062,368 وحدة نقدية.

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	1100	100
	X2	1000	0
2	X3	1100	1350
	X4	1000	0
3	X5	1100	0
	X6	1000	900
4	X7	1100	0
	X8	1000	1150
	X9	750	0
5	X10	1100	0
	X11	1000	1450
	X12	750	0
6	X13	1100	0
	X14	1000	450
	X15	750	0
7	X16	1100	0
	X17	1000	0
	X18	750	850
8	X19	1100	0
	X20	1000	0
	X21	750	850
9	X22	1100	0
	X23	1000	0
	X24	750	800
10	X25	1000	0
	X26	750	950
	X27	600	0
11	X28	1000	0
	X29	750	0
	X30	600	1200
12	X31	750	0
	X32	600	2920
	X33	500	580
14	X34	500	0
	X35	400	500
	X36	300	0
15	X37	500	17.09553
	X38	400	532.9045
	X39	300	0
16	X40	750	2403
	X41	600	327
	X42	500	0
17	X43	750	1750
	X44	600	0
	X45	500	0

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
18	X46	750	800
	X47	600	0
	X48	500	0
19	X49	750	400
	X50	600	0
	X51	500	0
20	X52	1000	2200
	X53	750	0
	X54	600	0
21	X55	600	0
	X56	500	338.7
	X57	400	1161.3
22	X58	600	0
	X59	500	0
	X60	400	500
23	X61	1100	0
	X62	1000	307.5
	X63	750	23425
24	X64	1000	0
	X65	750	1230
	X66	600	0
25	X67	1000	0
	X68	750	0
	X69	600	1300
27	X70	600	0
	X71	500	0
	X72	400	300
28	X73	600	0
	X74	500	750
	X75	400	0
29	X76	600	0
	X77	500	0
	X78	400	1500
30	X79	600	0
	X80	500	0
	X81	400	2000
32	X82	500	0
	X83	400	150
	X84	300	0
33	X85	500	0
	X86	400	860
	X87	300	0
34	X88	600	950
	X89	500	0
	X90	400	0

الجدول (7– 16) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا



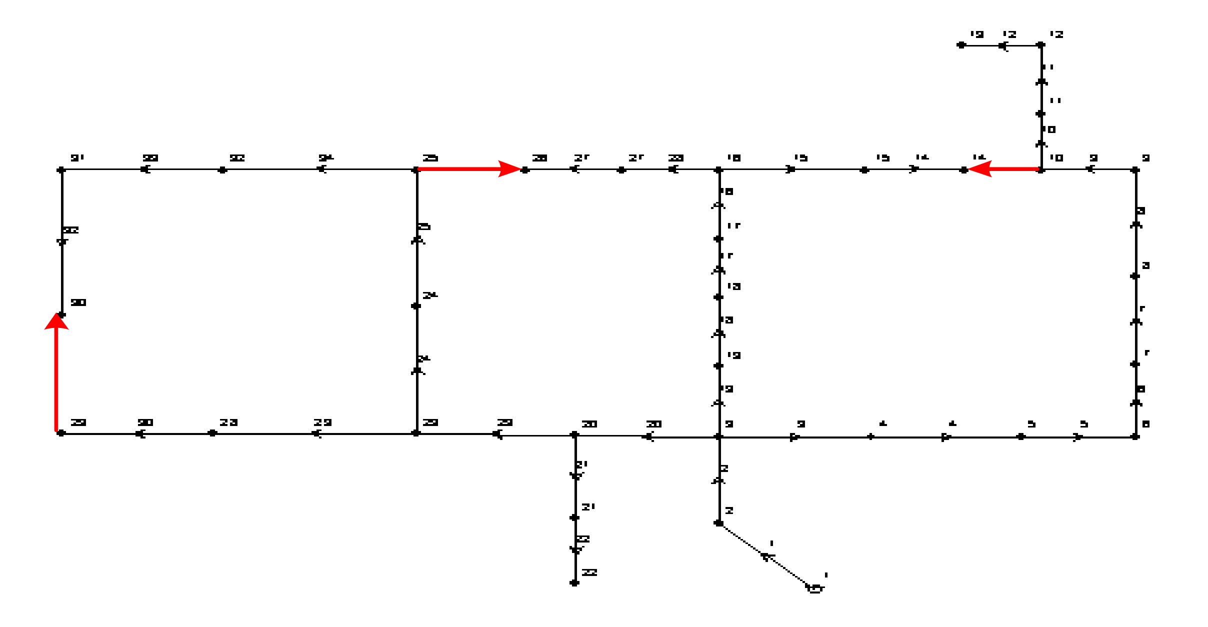


الشكل (7–11) تصميم شبكة هانوي (حالة شبكة شجرية مستنبطة بطريقة المسار الأقصر)

9.1.7 تصميم شبكة هانوي بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 67٪ من الشبكة الشجرية (الأنابيب الرئيسية) و33٪ من الأنابيب الثانوية:

في الحل السابق تم حذف الخطوط 13 و26 و31. في هذا الحل سيتم إعادة هذه الخطوط ويتم فرض أن العقد (14، 26، 30) تتغذى بنسبة الثلثين من الشبكة الشجرية الناتجة (الرئيسية) ونسبة الثلث من الأنابيب الثانوية (31، 26، 13)، الشكل (7-12).

يبين الجدول (7-17) الغزارات المارة من الأنابيب الشبكة الموافقة لهذه الحالة والتي ستبنى عليها عملية التصميم.



الشكل (7–12) شبكة هانوي الحلقية الناتجة بعد إعادة الخطوط المحذوفة

رقم الخط	الغزارة m^3/s
1	5.53928
2	5.29206
3	1.948613
4	1.912503
5	1.711113
6	1.431943
7	1.056943
8	0.904163
9	0.758333
10	0.55556
11	0.41667
12	0.26111
13	0.056943
14	0.113887
15	0.191667
16	0.547223
17	0.787503
18	1.161113
19	1.177783
20	1.929553
21	0.39306
22	0.13472
23	1.182333
24	0.67817
25	0.45039
26	0.083333

رقم الخط	الغزارة m^3/s
27	0.166667
28	0.269447
29	0.213893
30	0.133333
31	0.033333
32	0.066667
33	0.095837
34	0.319837

الجدول (7−17) توزع الغزارات في خطوط الشبكة

من الواضح أنه في هذه الحالة بجب أن تتضمن عملية الأمثلة قيود إضافية في حلقات الشبكة الثلاث تنص على أن المجموع الجبري للفواقد على مدار الحلقة يجب أن تساوي الصفر.

في هذه الحالة يمكن صياغة مسألة الأمثلة على الشكل التالي:

تابع الهدف:

$$
\begin{aligned}
z = \\
& 313.5x1+271.7x2+313.5x3+271.7x4+313.5x5+ \\
& 271.7x6+313.5x7+271.7x8+313.5x9+271.7x10+ \\
& 313.5x11+271.7x12+313.5x13+271.7x14+313.5x15+ \\
& 271.7x16+313.5x17+271.7x18+176.5x19+126.3x20+ \\
& 96.1x21+176.5x22+126.3x23+96.1x24+176.5x25+ \\
& 126.3x26+96.1x27+96.1x28+68.7x29+44.7x30+ \\
& 96.1x31+68.7x32+44.7x33+96.1x34+68.7x35+ \\
& 44.7x36+176.5x37+126.3x38+96.1x39+176.5x40+ \\
& 126.3x41+96.1x42+176.5x43+126.3x44+96.1x45+ \\
& 176.5x46+126.3x47+96.1x48+271.7x49+176.5x50+ \\
& 96.1x51+68.7x52+44.7x53+96.1x54+68.7x55+ \\
& 44.7x56+271.7x57+176.5x58+271.7x59+176.5x60+ \\
& 126.3x61+176.5x62+126.3x63+96.1x64+96.1x65+ \\
& 68.7x66+96.1x67+68.7x68+44.7x69+126.3x70+ \\
& 96.1x71+68.7x72+126.3x73+96.1x74+68.7x75+ \\
& 96.1x76+68.7x77+44.7x78+96.1x79+68.7x80+ \\
& 44.7x81+96.1x82+68.7x83+44.7x84+96.1x85+ \\
& 68.7x86+44.7x87+96.1x88+68.7x89+44.7x90
\end{aligned}
$$

قيود الفواقد:

- المسار بين الخزان والعقدة (13):

$$0.02519x1 + 0.04055x2 + 0.02298x3 + 0.03701x4 + 0.00312x5 +$$
$$0.00502x6 + 0.003x7 + 0.00483x8 + 0.0024x9 + 0.00387x10 +$$
$$0.00168x11 + 0.00271x12 + 0.00092x13 + 0.00148x14 + 0.00067x15 +$$
$$0.00108x16 + 0.00047x17 + 0.00076x18 + 0.00172x19 + 0.00525x20 +$$
$$0.01305x21 + 0.00097x22 + 0.00295x23 + 0.00734x24 + 0.00038x25 +$$
$$0.00116x26 + 0.00288x27 \leq 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (22):

$$0.02519x1 + 0.04055x2 + 0.02298x3 + 0.03701x4 +$$
$$0.00492x49 + 0.02074x50 + 0.00653x51 + 0.01994x52 + 0.08403x53 +$$
$$0.00077x54 + 0.00234x55 + 0.00987x56 \leq 70$$

- المسار بين الخزان والعقدة (30):

$$0.02519x1 + 0.04055x2 + 0.02298x3 + 0.03701x4 +$$
$$0.00492x49 + 0.02074x50 + 0.00185x57 + 0.00779x58 +$$
$$0.00078x73 + 0.00193x74 + 0.0059x75 + 0.00075x76 + 0.00229x77 +$$
$$0.00967x78 + 0.00005x79 + 0.00014x80 + 0.0006x81 \leq 70$$

قيود الحلقات:

الحلقة I :

$$0.00312x5 + 0.00502x6 + 0.003x7 + 0.00483x8 + 0.0024x9 +$$
$$0.00387x10 + 0.00168x11 + 0.00271x12 + 0.00092x13 + 0.00148x14 +$$
$$0.00067x15 + 0.00108x16 + 0.00047x17 + 0.00076x18 +$$
$$0.00014x28 + 0.00042x29 + 0.00176x30 - 0.00055x31 - 0.00167x32$$
$$- 0.00705x33 - 0.00155x34 - 0.00474x35 - 0.01998x36 - 0.00167x37$$
$$- 0.00509x38 - 0.01266x39 - 0.00345x40 - 0.01054x41 - 0.02623x42$$
$$- 0.00751x43 - 0.02291x44 - 0.05702x45 - 0.00773x46 - 0.02358x47$$
$$- 0.05867x48 = 0$$

الحلقة II :

$$0.00167x37 + 0.00509x38 + 0.01266x39 + 0.00345x40 + 0.01054x41 +$$
$$0.02623x42 + 0.00751x43 + 0.02291x44 + 0.05702x45 + 0.00773x46 +$$
$$0.02358x47 + 0.05867x48 - 0.00492x49 - 0.02074x50$$
$$- 0.00185x57 - 0.00779x58 - 0.00061x59 - 0.00256x60 - 0.00782x61$$
$$- 0.00113x62 - 0.00345x63 - 0.00029x64 - 0.00029x65 - 0.0009x66 +$$
$$0.00117x67 + 0.00359x68 + 0.01511x69 + 0.00123x70 + 0.00307x71 +$$
$$0.00937x72 = 0$$

الحلقة III :

$$0.00061x59 + 0.00256x60 + 0.00782x61 + 0.00113x62 + 0.00345x63 +$$
$$0.00029x64$$
$$- 0.00078x73 - 0.00193x74 - 0.0059x75 - 0.00075x76 - 0.00229x77$$
$$- 0.00967x78 - 0.00005x79 - 0.00014x80 - 0.0006x81 + 0.00019x82 +$$
$$0.00057x83 + 0.00242x84 + 0.00039x85 + 0.00119x86 + 0.005x87 +$$
$$0.00433x88 + 0.0132x89 + 0.05564x90 = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 = 100$$

$$X_3 + X_4 = 1350$$

$$X_5 + X_6 = 900$$

$$X_7 + X_8 = 1150$$

$$X_9 + X_{10} = 1450$$

$$X_{11} + X_{12} = 450$$

$$X_{13} + X_{14} = 850$$

$$X_{15} + X_{16} = 850$$

$$X_{17} + X_{18} = 800$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 950$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1200$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 3500$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 800$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 500$$

$$X_{34} + X_{35} + X_{36} = 550$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} = 2730$$

$$X_{40} + X_{41} + X_{42} = 1750$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} = 800$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 400$$

$$X_{49} + X_{50} = 2200$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} = 1500$$

$$X_{54} + X_{55} + X_{56} = 500$$

$$X_{57} + X_{58} = 2650$$

$$X_{59} + X_{60} + X_{61} = 1230$$

$$X_{62} + X_{63} + X_{64} = 1300$$

$$X_{65} + X_{66} = 850$$

$$X_{67} + X_{68} + X_{69} = 300$$

$$X_{70} + X_{71} + X_{72} = 750$$

$$X_{73} + X_{74} + X_{75} = 1500$$

$$X_{76} + X_{77} + X_{78} = 2000$$

$$X_{79} + X_{80} + X_{81} = 1600$$

$$X_{82} + X_{83} + X_{84} = 150$$

$$X_{85} + X_{86} + X_{87} = 860$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 950$$

الحل:

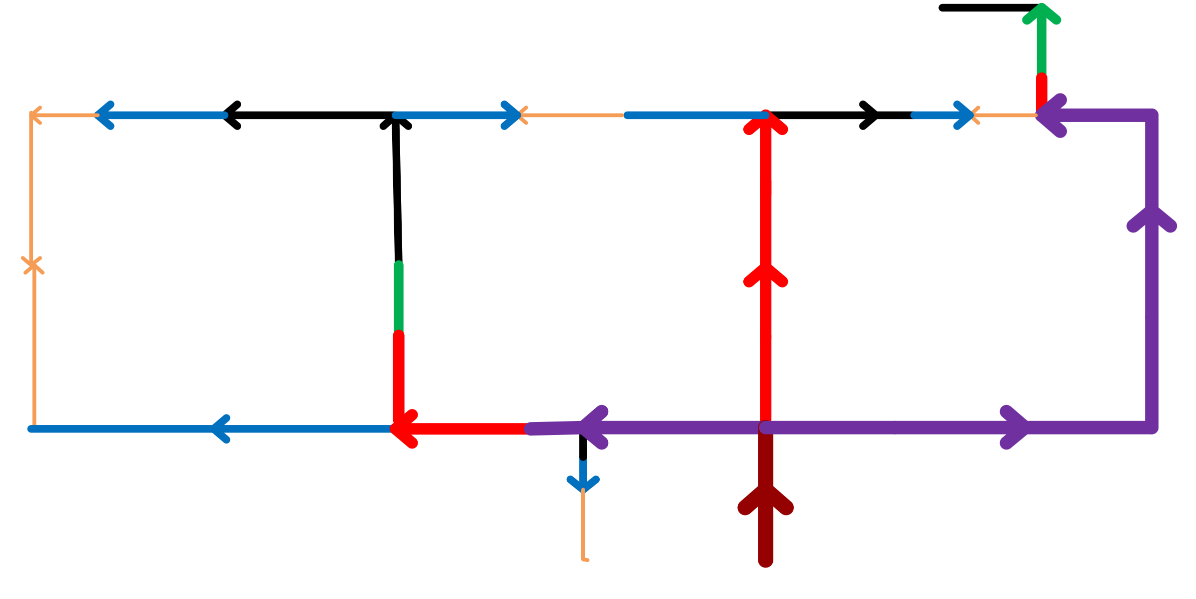
يبين الجدول (7-18) التصميم الأمثل للشبكة الموافقة لهذه الحالة. كما يبين الشكل (7-13) التصميم الناتج تخطيطاً. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (10، 14، 21، 23، 24، 33). كما نلاحظ تناقص الأقطار المختارة للأنابيب باتجاه أطراف الشبكة حيث تنقص الغزارة في هذا الاتجاه. وكلفة التصميم تساوي إلى 6,218,995 وحدة نقدية.

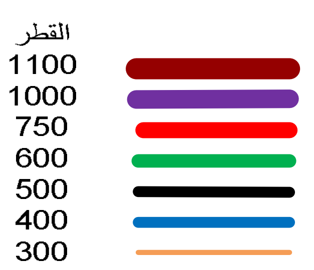
رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	1100	100
	X2	1000	0
2	X3	1100	1350
	X4	1000	0
3	X5	1100	0
	X6	1000	900
4	X7	1100	0
	X8	1000	1150
5	X9	1100	0
	X10	1000	1450
6	X11	1100	0
	X12	1000	450
7	X13	1100	0
	X14	1000	850
8	X15	1100	0
	X16	1000	850
9	X17	1100	0
	X18	1000	800
10	X19	750	523.7711
	X20	600	426.2289
	X21	500	0
11	X22	750	0
	X23	600	1200
	X24	500	0
12	X25	750	0
	X26	600	0
	X27	500	3500
13	X28	500	0
	X29	400	0
	X30	300	800
14	X31	500	255.446
	X32	400	244.554
	X33	300	0

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
15	X34	500	550
	X35	400	0
	X36	300	0
16	X37	750	2730
	X38	600	0
	X39	500	0
17	X40	750	1750
	X41	600	0
	X42	500	0
18	X43	750	800
	X44	600	0
	X45	500	0
19	X46	750	400
	X47	600	0
	X48	500	0
20	X49	1000	2200
	X50	750	0
21	X51	500	687.337
	X52	400	812.663
	X53	300	0
22	X54	500	0
	X55	400	0
	X56	300	500
23	X57	1000	1585.284
	X58	750	1064.716
24	X59	1000	0
	X60	750	294.4613
	X61	600	935.5392
25	X62	750	0
	X63	600	0
	X64	500	1300
26	X65	500	0
	X66	400	850
27	X67	500	0
	X68	400	0
	X69	300	300
28	X70	600	0
	X71	500	0
	X72	400	750
29	X73	600	0
	X74	500	0
	X75	400	1500
30	X76	500	0
	X77	400	2000

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
	X78	300	0
31	X79	500	0
	X80	400	0
	X81	300	1600
32	X82	500	0
	X83	400	0
	X84	300	150
33	X85	500	0
	X86	400	736.1013
	X87	300	123.8987
34	X88	500	950
	X89	400	0
	X90	300	0

الجدول (7–18) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا





الشكل (7–13) تصميم شبكة هانوي (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة الثلثين من الأنابيب الرئيسية، والثلث من الأنابيب الثانوية)

7.1.10 تصميم شبكة هانوي بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 50٪ من الشبكة الشجرية و٪ 50 من الأنابيب الثانوية

تكون الغزارة الجارية في أنابيب الشبكة والتي ستبنى عملية التصميم عليها كما هو موضح في الجدول (7-19).

رقم الخط	الغزارة m^3/s
1	5.53928
2	5.29206
3	1.977085
4	1.940975
5	1.739585
6	1.460415
7	1.085415
8	0.932635
9	0.786805
10	0.55556
11	0.41667
12	0.26111
13	0.085415
14	0.085415
15	0.163195
16	0.477085
17	0.717365
18	1.090975
19	1.107645
20	1.97122
21	0.39306
22	0.13472
23	1.224
24	0.70317
25	0.47539
26	0.125
27	0.125
28	0.22778
29	0.23056
30	0.15
31	0.05
32	0.05
33	0.07917
34	0.30317

الجدول (7–19) توزع الغزارات في خطوط الشبكة

تكون صياغة عملية تحديد التصميم الأمثل للشبكة الموافق لهذه الحالة على النحو التالي:

تابع الهدف:

$$\begin{aligned}
z = {} \\
& 313.5x1 + 271.7x2 + 313.5x3 + 271.7x4 + 313.5x5 + \\
& 271.7x6 + 313.5x7 + 271.7x8 + 313.5x9 + 271.7x10 + \\
& 313.5x11 + 271.7x12 + 313.5x13 + 271.7x14 + 313.5x15 + \\
& 271.7x16 + 313.5x17 + 271.7x18 + 176.5x19 + 126.3x20 + \\
& 96.1x21 + 176.5x22 + 126.3x23 + 96.1x24 + 176.5x25 + \\
& 126.3x26 + 96.1x27 + 96.1x28 + 68.7x29 + 44.7x30 + \\
& 96.1x31 + 68.7x32 + 44.7x33 + 96.1x34 + 68.7x35 + \\
& 44.7x36 + 176.5x37 + 126.3x38 + 96.1x39 + 176.5x40 + \\
& 126.3x41 + 96.1x42 + 176.5x43 + 126.3x44 + 96.1x45 + \\
& 176.5x46 + 126.3x47 + 96.1x48 + 271.7x49 + 176.5x50 + \\
& 96.1x51 + 68.7x52 + 44.7x53 + 96.1x54 + 68.7x55 + \\
& 44.7x56 + 271.7x57 + 176.5x58 + 271.7x59 + 176.5x60 + \\
& 126.3x61 + 176.5x62 + 126.3x63 + 96.1x64 + 96.1x65 + \\
& 68.7x66 + 96.1x67 + 68.7x68 + 44.7x69 + 126.3x70 + \\
& 96.1x71 + 68.7x72 + 126.3x73 + 96.1x74 + 68.7x75 + \\
& 96.1x76 + 68.7x77 + 44.7x78 + 96.1x79 + 68.7x80 + \\
& 44.7x81 + 96.1x82 + 68.7x83 + 44.7x84 + 96.1x85 + \\
& 68.7x86 + 44.7x87 + 96.1x88 + 68.7x89 + 44.7x90
\end{aligned}$$

قيود الفواقد:

- المسار بين الخزان والعقدة (13):

$$\begin{aligned}
& 0.02518x1 + 0.04055x2 + 0.02298x3 + 0.03701x4 + 0.00321x5 + \\
& 0.00517x6 + 0.00309x7 + 0.00498x8 + 0.00248x9 + 0.004x10 + \\
& 0.00175x11 + 0.00282x12 + 0.00097x13 + 0.00156x14 + 0.00071x15 + \\
& 0.00115x16 + 0.00051x17 + 0.00082x18 + 0.00172x19 + 0.00525x20 + \\
& 0.01305x21 + 0.00097x22 + 0.00295x23 + 0.00734x24 + 0.00038x25 + \\
& 0.00116x26 + 0.00288x27 \leq 70
\end{aligned}$$

- المسار بين الخزان والعقدة (22):

$$\begin{aligned}
& 0.02518x1 + 0.04055x2 + 0.02298x3 + 0.03701x4 + \\
& 0.00514x49 + 0.02164x50 + 0.00653x51 + 0.01994x52 + 0.08403x53 + \\
& 0.00077x54 + 0.00234x55 + 0.00987x56 \leq 70
\end{aligned}$$

- المسار بين الخزان والعقدة (30):

$$0.02518x1 + 0.04055x2 + 0.02298x3 + 0.03701x4 +$$
$$0.00514x49 + 0.02164x50 + 0.00198x57 + 0.00834x58 +$$
$$0.0009x73 + 0.00225x74 + 0.00686x75 + 0.00095x76 + 0.0029x77 +$$
$$0.01224x78 + 0.00011x79 + 0.00032x80 + 0.00136x81 \leq 70$$

قيود الحلقات:

الحلقة **I** :

$$0.00321x5 + 0.00517x6 + 0.00309x7 + 0.00498x8 + 0.00248x9 +$$
$$0.004x10 + 0.00175x11 + 0.00282x12 + 0.00097x13 + 0.00156x14 +$$
$$0.00071x15 + 0.00115x16 + 0.00051x17 + 0.00082x18 +$$
$$0.00031x28 + 0.00094x29 + 0.00397x30 - 0.00031x31 - 0.00094x32$$
$$- 0.00397x33 - 0.00113x34 - 0.00344x35 - 0.01448x36 - 0.00127x37$$
$$- 0.00387x38 - 0.00963x39 - 0.00287x40 - 0.00875x41 - 0.02176x42$$
$$- 0.00663x43 - 0.02023x44 - 0.05034x45 - 0.00683x46 - 0.02085x47$$
$$- 0.05189x48 = 0$$

الحلقة **II** :

$$0.00127x37 + 0.00387x38 + 0.00963x39 + 0.00287x40 + 0.00875x41 +$$
$$0.02176x42 + 0.00663x43 + 0.02023x44 + 0.05034x45 + 0.00683x46 +$$
$$0.02085x47 + 0.05189x48 - 0.00514x49 - 0.02164x50$$
$$- 0.00198x57 - 0.00834x58 - 0.00065x59 - 0.00275x60 - 0.0084x61$$
$$- 0.00126x62 - 0.00384x63 - 0.00066x64 - 0.00066x65 - 0.00202x66 +$$
$$0.00066x67 + 0.00202x68 + 0.0085x69 + 0.00088x70 + 0.00219x71 +$$
$$0.0067x72 = 0$$

الحلقة **III** :

$$0.00065x59 + 0.00275x60 + 0.0084x61 + 0.00126x62 + 0.00384x63 +$$
$$0.00066x64$$
$$- 0.0009x73 - 0.00225x74 - 0.00686x75 - 0.00095x76 - 0.0029x77$$
$$- 0.01224x78 - 0.00011x79 - 0.00032x80 - 0.00136x81 + 0.00011x82 +$$
$$0.00032x83 + 0.00136x84 + 0.00027x85 + 0.00081x86 + 0.00341x87 +$$
$$0.00389x88 + 0.01186x89 + 0.04999x90 = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 = 100$$

$$X_3 + X_4 = 1350$$

$$X_5 + X_6 = 900$$

$$X_7 + X_8 = 1150$$

$$X_9 + X_{10} = 1450$$

$$X_{11} + X_{12} = 450$$

$$X_{13} + X_{14} = 850$$

$$X_{15} + X_{16} = 850$$

$$X_{17} + X_{18} = 800$$

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} = 950$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1200$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{27} = 3500$$

$$X_{28} + X_{29} + X_{30} = 800$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 500$$

$$X_{34} + X_{35} + X_{36} = 550$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} = 2730$$

$$X_{40} + X_{41} + X_{42} = 1750$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} = 800$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 400$$

$$X_{49} + X_{50} = 2200$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} = 1500$$

$$X_{54} + X_{55} + X_{56} = 500$$

$$X_{57} + X_{58} = 2650$$

$$X_{59} + X_{60} + X_{61} = 1230$$

$$X_{62} + X_{63} + X_{64} = 1300$$

$$X_{65} + X_{66} = 850$$

$$X_{67} + X_{68} + X_{69} = 300$$

$$X_{70} + X_{71} + X_{72} = 750$$

$$X_{73} + X_{74} + X_{75} = 1500$$

$$X_{76} + X_{77} + X_{78} = 2000$$

$$X_{79} + X_{80} + X_{81} = 1600$$

$$X_{82} + X_{83} + X_{84} = 150$$

$$X_{85} + X_{86} + X_{87} = 860$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 950$$

الحل:

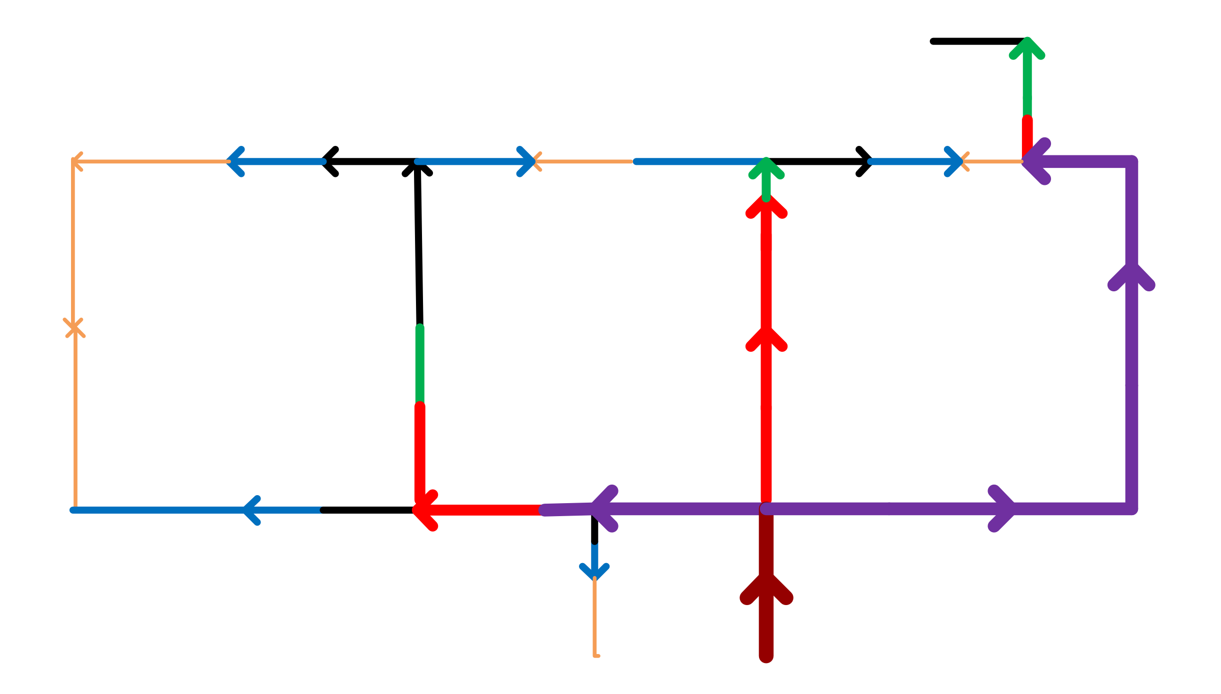
يبين الجدول (7-20) التصميم الأمثل للشبكة الموافق لهذه الحالة. كما يبين الشكل (7-14) التصميم الناتج تخطيطاً. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (10، 16، 21، 23، 29، 34). كما نلاحظ تناقص الأقطار المختارة للأنابيب باتجاه أطراف الشبكة حيث تنقص الغزارة في هذا الاتجاه. وكلفة التصميم تساوي إلى 6,156,116 وحدة نقدية.

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
1	X1	1100	100
	X2	1000	0
2	X3	1100	1350
	X4	1000	0
3	X5	1100	0
	X6	1000	900
4	X7	1100	0
	X8	1000	1150

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
5	X9	1100	0
	X10	1000	1450
6	X11	1100	0
	X12	1000	450
7	X13	1100	0
	X14	1000	850
8	X15	1100	0
	X16	1000	850
9	X17	1100	0
	X18	1000	800
10	X19	750	725.1063
	X20	600	224.8936
	X21	500	0
11	X22	750	0
	X23	600	1200
	X24	500	0
12	X25	750	0
	X26	600	0
	X27	500	3500
13	X28	500	0
	X29	400	0
	X30	300	800
14	X31	500	0
	X32	400	500
	X33	300	0
15	X34	500	550
	X35	400	0
	X36	300	0
16	X37	750	434.6575
	X38	600	2295.342
	X39	500	0
17	X40	750	1750
	X41	600	0
	X42	500	0
18	X43	750	800
	X44	600	0
	X45	500	0
19	X46	750	400
	X47	600	0
	X48	500	0
20	X49	1000	2200
	X50	750	0
21	X51	500	722.5388
	X52	400	777.4612
	X53	300	0

رقم الخط	المتغير	القطر	قيمته
22	X54	500	0
	X55	400	0
	X56	300	500
23	X57	1000	1463.819
	X58	750	1186.181
24	X59	1000	0
	X60	750	1230
	X61	600	0
25	X62	750	0
	X63	600	0
	X64	500	1300
26	X65	500	0
	X66	400	850
27	X67	500	0
	X68	400	0
	X69	300	300
28	X70	600	0
	X71	500	0
	X72	400	750
29	X73	600	0
	X74	500	1281.504
	X75	400	218.4955
30	X76	500	0
	X77	400	2000
	X78	300	0
31	X79	500	0
	X80	400	0
	X81	300	1600
32	X82	500	0
	X83	400	0
	X84	300	150
33	X85	500	0
	X86	400	0
	X87	300	860
34	X88	500	788.391
	X89	400	161.609
	X90	300	0

الجدول (7–20) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا





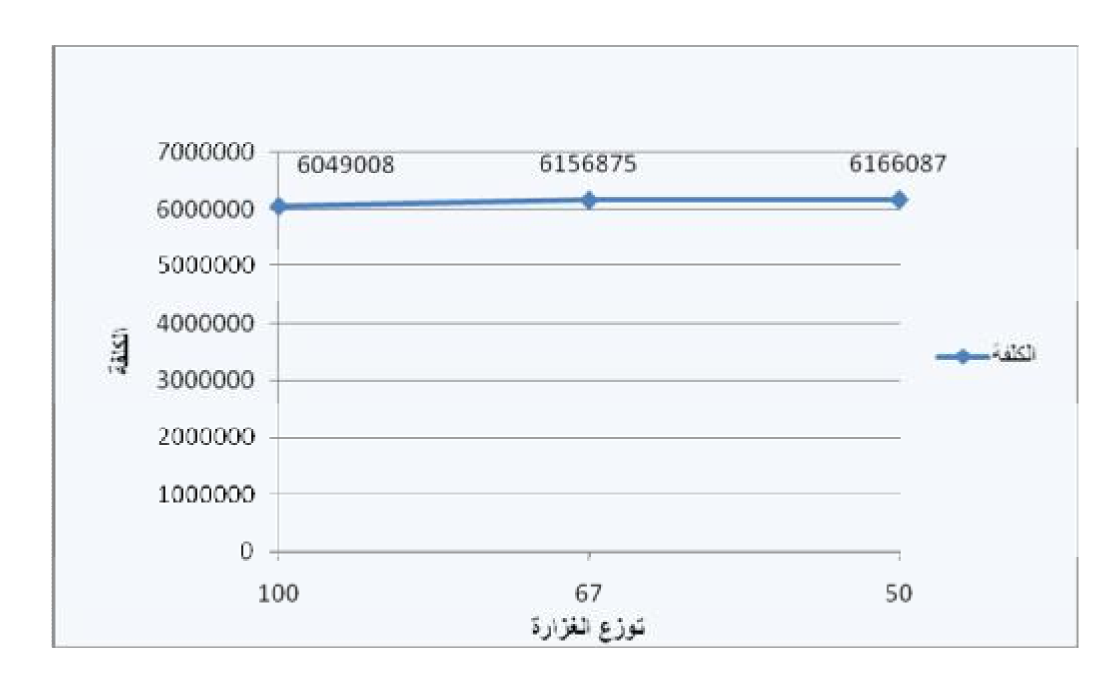
الشكل (7–14) تصميم شبكة هانوي (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة النصف من الأنابيب الرئيسية، والنصف من الأنابيب الثانوية)

يلاحظ من الشكل (7-15) الذي يبين تغير كلفة تصميم شبكة هانوي في حالة اقتباس الشبكة الشجرية بطريقة البرمجة، ونسب متغيرة ما بين الأنابيب الرئيسية (الشبكة الشجرية) والأنابيب الثانوية. نلاحظ أن الكلفة الدنيا تتحقق عندما يتم تغذية عقد الشبكة بالكامل عن طريق الشبكة الشجرية، وهذا متوقع كما ذكرنا سابقا لأن البنية الشجرية للشبكة تؤمن تغذية جميع العقد بأقل عدد من الأنابيب. إلا أن الشبكات ذات البنية الشجرية غير محبذة في أعمال توزيع مياه الشرب في المدن.

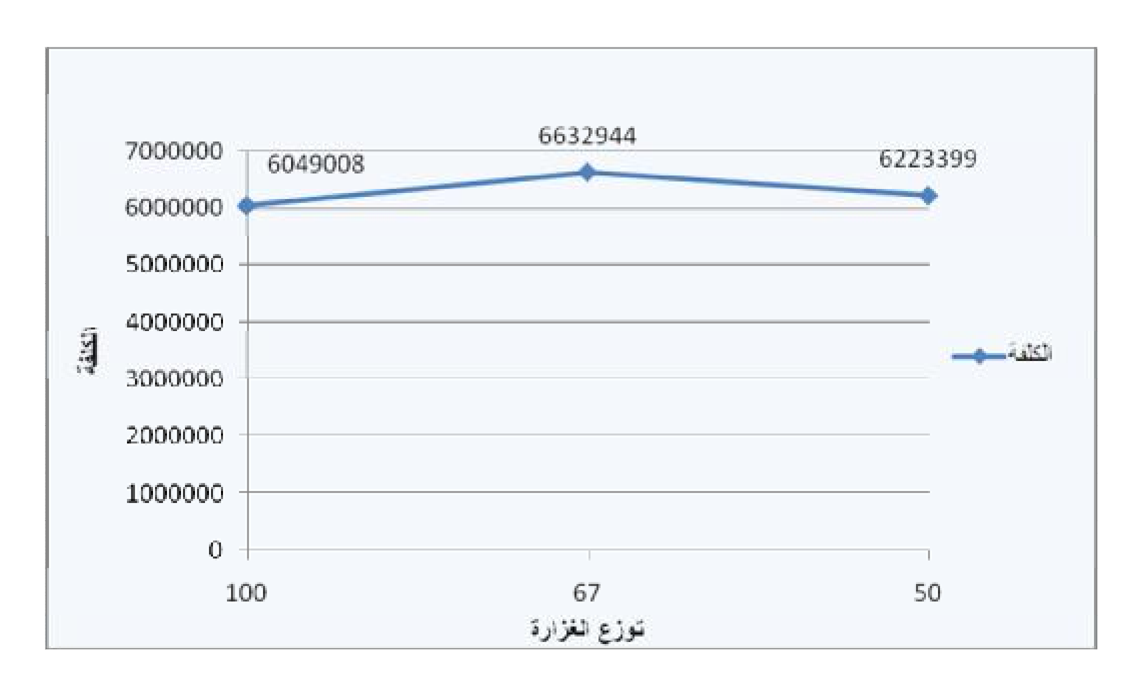
يلاحظ كذلك من الشكل (7-15) أنه في حال اعتماد شبكة حلقية تتغذى فيها عقد الشبكة التي جرى القطع عندها بنسبة 67% من الأنابيب الرئيسية و 33% من الأنابيب الثانوية فإن الكلفة السابقة سترتفع بمقدار 2% فقط. كما يلاحظ أن كلفة الشبكة الناتجة سترتفع بمقدار طفيف آخر عند تغير نسبة تغذية العقد التي جرى القطع عندها إلى 50% من الأنابيب الرئيسية و 50% من الأنابيب الثانوية.

يلاحظ من الشكل(7-16) الذي يمثل نفس الحالات السابقة الثلاث لكن مع عكس اتجاه الغزارة في الأنابيب الثانوية التي أزيلت عن استنباط الشبكة الشجرية، أن هناك تفاوت أكبر في كلفة الشبكات الناتجة (بحدود 6.5%)، وأن كلفة الشبكة في حالة التغذية بنسبة الثلثين أعلى منها في حالة التغذية بنسبة النصف، أي عكس الحالة السابقة، مما يوحي بعدم وجود استقراء واضح لنسب التغذية التي تؤدي للحصول على تصميم أمثل.

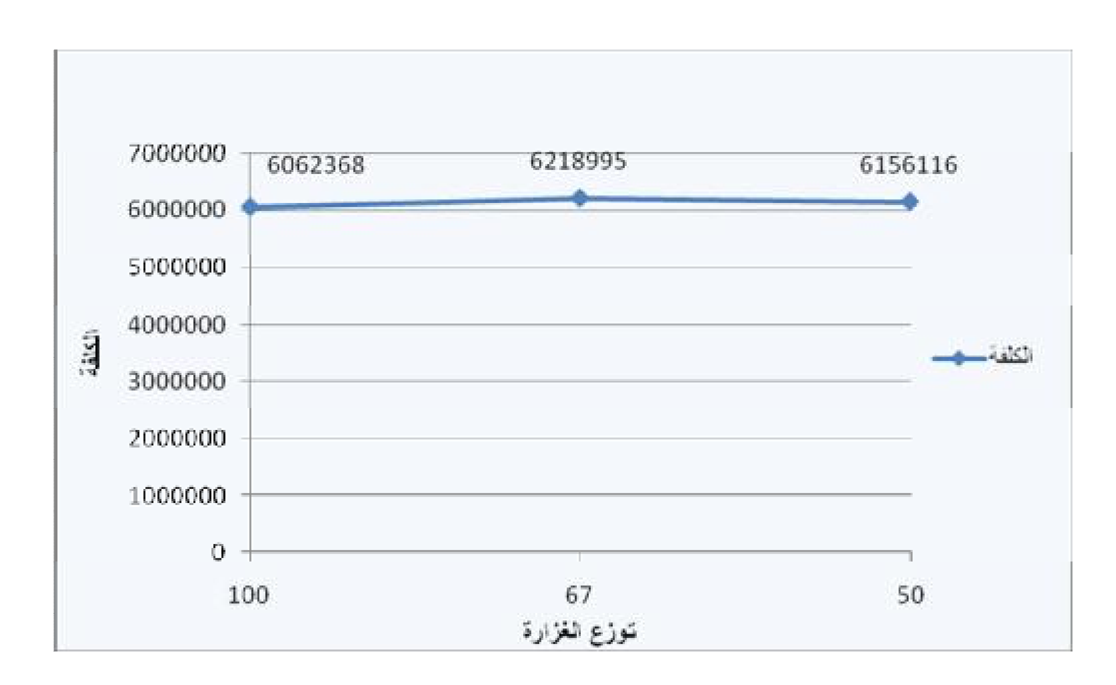
يتبين من مقارنة الشكل (7-17) مع الشكل (7-15) أن لطريقة استنباط الشبكة الشجرية تأثير وإن كان قليلا نسبياً على كلفة الشبكة الناتجة، حيث يلاحظ ارتفاع كلف الشبكات الواردة في الشكل (7-17) عن تلك العائدة للشكل (7-15) مما يوحي بأن استنباط الشبكة الشجرية (الأنابيب الرئيسية) بطريقة البرمجة الخطية يؤدي للحصول على تصميم أفضل من حيث الكلفة من طريقة استنباط الشبكة الشجرية بطريقة المسار الأقصر.



الشكل (7–15) منحني تغير كلفة الشبكة بتابعية نسب تغذية العقد التي جرى القطع عندها من الأنابيب الرئيسية (حالة شبكة شجرية مستنبطة بطريقة البرمجة الخطية)



الشكل (7−16) منحني تغير كلفة الشبكة بتابعية نسب تغذية العقد التي جرى القطع عندها من الأنابيب الرئيسية، مع عكس اتجاه الجريان في الأنابيب الثانوية (حالة شبكة شجرية مستنبطة بطريقة البرمجة الخطية)



الشكل (7−17) منحني تغير كلفة الشبكة بتابعية نسب تغذية العقد التي جرى القطع عندها من الأنابيب الرئيسية (حالة شبكة شجرية مستنبطة بطريقة المسار الأقصر)

2.7 حل شبكة هانوي بطريقة الخوارزميات الجينية:

بغية تصميم شبكة هانوي بطريقة الخوارزميات الجينية، وفق الخطوات التي تم توضيحها سابقا في الفصل السادس، تم تحديد المعطيات الأولية اللازمة، وتم استخدام مشغل خوارزميات جينية (optidesigener) والذي يعتمد على استخدام برنامج Epanet كأداة للحسابات الهيدروليكية للشبكة.

وقد تم إتباع نفس الخطوات المتبعة في المثال المذكور في الفصل السادس. حيث جرى إدخال مجال الأقطار المرشحة للاستخدام لكل خط اتصال والواردة في الجدول (7-3). بعد ذلك تم إدخال قيود الضغط التي تنص على ألا يقل الضغط عن 30 مترفي أي عقدة من عقد الشبكة، وهي نفس شروط الضغط المطلوبة في حالة التصميم باستخدام البرمجة الخطية وذلك لتسهيل عملية المقارنة بين التصاميم الناتجة بالطريقتين. كذلك فقد اعتمدت كلفة جزاء على تجاوز قيود الضغط عند أي عقدة قيمتها: 500,000 وهي تحدد تجريبياً.

يبين الجدول (7-22) تصميم هذه الشبكة الناتج في هذه الحالة.وقد بلغت كلفة الشبكة الناتجة في هذه الحالة 6,054,343 وحدة نقدية

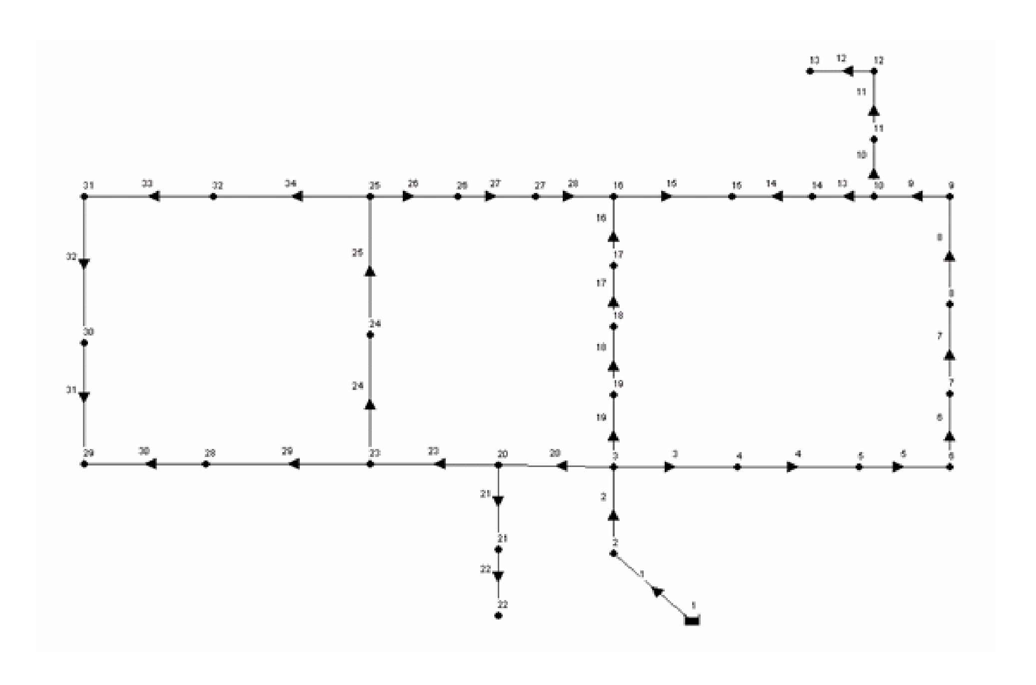
يلاحظ من الجدول أنه جرى اختيار أنابيب ذات أقطار ثابتة لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة، وهذا من خصائص طريقة الخوارزميات الجينية. كما يلاحظ أن كلفة التصميم الناتجة في حالة الخوارزميات الجينية لا يختلف كثيراً عن تلك في حالة التصميم باستخدام البرمجة الخطية وإن كانت أكثر اقتصادية بالنسبة لشبكة هانوي.

رقم الخط	طول الأنبوب m	القطر mm
1	100	1100
2	1350	1100
3	900	1100
4	1150	1100
5	1450	1000
6	450	1000
7	850	750
8	850	750
9	800	750
10	950	750
11	1200	750
12	3500	600
13	800	400
14	500	300
15	550	300

رقم الخط	طول الأنبوب m	القطر mm
16	2730	300
17	1750	400
18	800	600
19	400	600
20	2200	1100
21	1500	500
22	500	300
23	2650	1000
24	1230	750
25	1300	750
26	850	750
27	300	600
28	750	400
29	1500	400
30	2000	300
31	1600	300
32	150	300
33	860	400
34	950	500

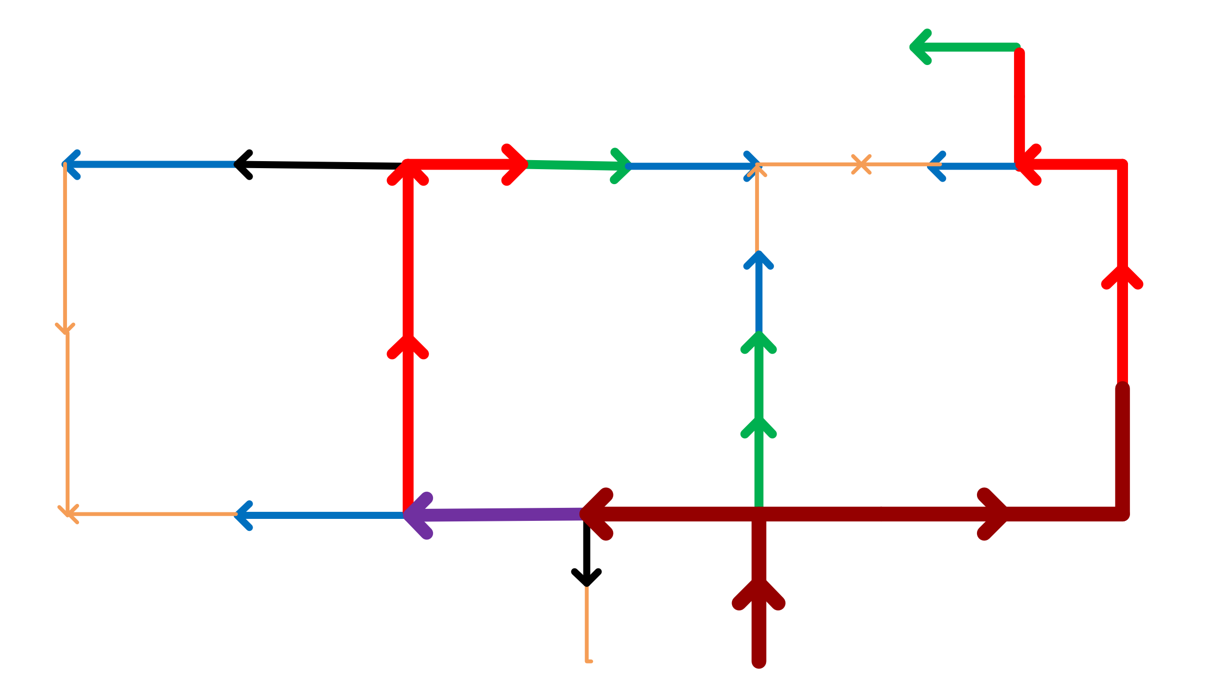
الجدول (7–21) الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا

يبين الشكل (7- 18) توزع الغزارات والضغوط في الشبكة باستخدام الأقطار الناتجة عن عملية التصميم بطريقة الخوارزميات الجينية.



الشكل (7–18) توزع الغزارات في الشبكة باستخدام الأقطار

الناتجة عن عملية التصميم بطريقة الخوارزميات الجينية





الشكل (7−19) تصميم شبكة هانوي باستخدام الخوارزميات الجينية

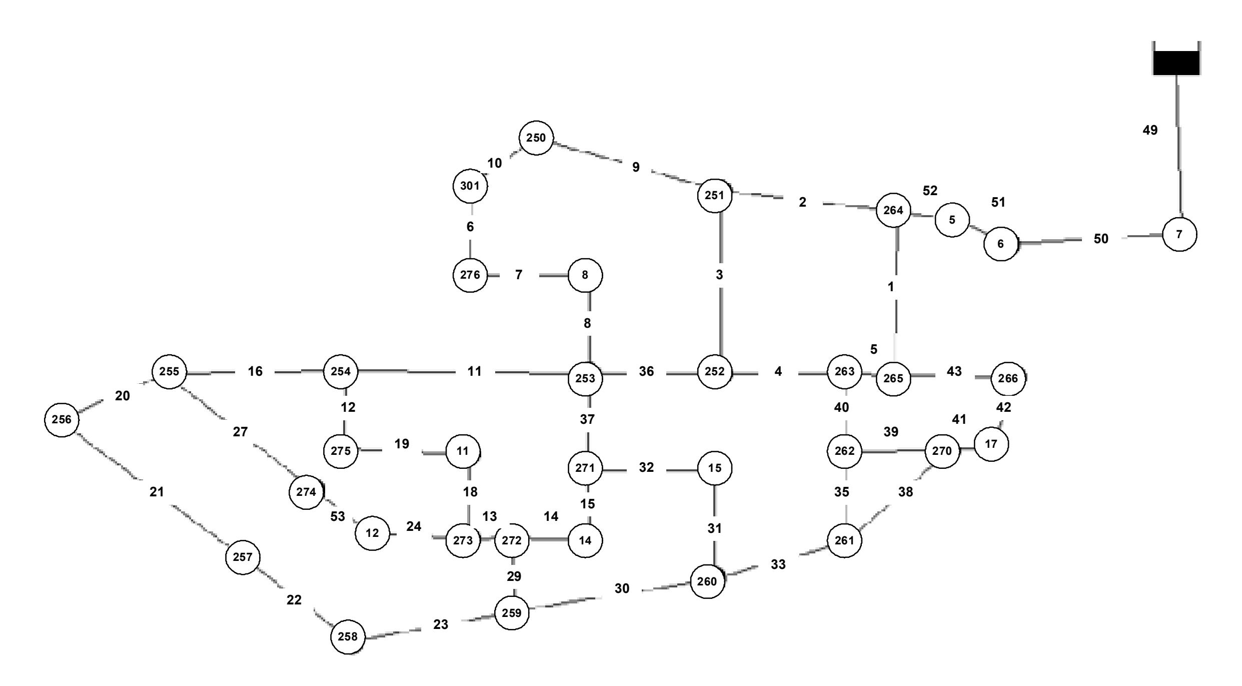
الفصل الثامن

تطبيق تقنيات الأمثلة على شبكة محلية(المزة)

مقدمة:

جرى تطبيق طرق الأمثلة المشار إليها في الفصول السابقة على إحدى الشبكات الواقعية المقتبسة من منطقة المزة. وقد جرى مقارنة التصميم الناتج باستخدام طريقة البرمجة الخطية وطريقة الخوارزميات الجينية مع التصميم الحالي للشبكة من حيث أقطار الأنابيب ومن حيث الكلف الناتجة. وقد تبين من خلال هذا التطبيق أن طرائق الأمثلة تمكن من الحصول على تصميم اقتصادي ذو كلفة أقل ويحقق المتطلبات الهيدروليكية في آن واحد.

تتألف شبكة المزة من (34) عقدة تفرع و (43) أنبوبا تتراوح أقطارها ما بين (*600mm*) و(*150 mm*). تتغذى الشبكة بالمياه من خزان واسع المنسوب الأعظمي للمياه فيه (*783.25 m*) عن سطح البحر ويقع عند العقدة 100. يبين الجدولان (8-1) و (8-2)الخصائص الفيزيائية للشبكة بما في ذلك الاستهلاك الوسطي عند العقد (معلا 2002).



الشكل (8–1) شبكة المزة

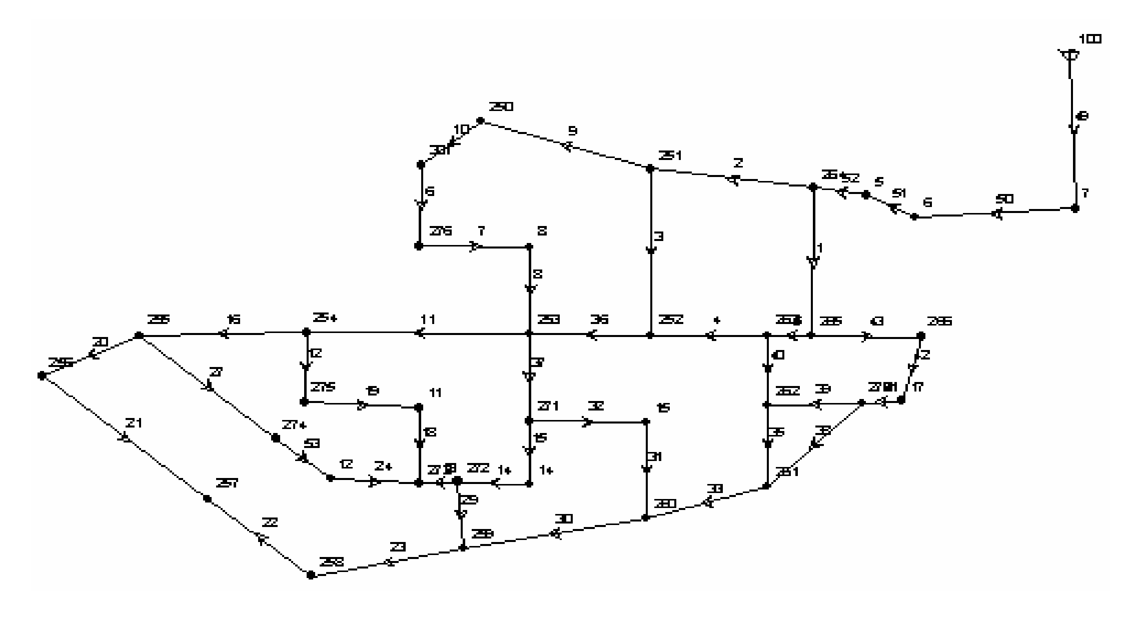
رقم العقدة	المنسوب عن سطح البحر *m*	الاستهلاك l/s
250	738	6.99
251	733	24.16
252	715	23.58
253	725	31.51
254	735	14.83
255	735	14.83
256	735	8.74
257	723	7.08
258	715	5
259	714	8.17
260	710	17.12
261	706	10.67
262	710	9.34
263	714	11.62
264	730	16.36
265	714	17.77
266	720	43.7
270	712	13.82
271	720	22.1
272	719	9.62
273	721	19.39
274	725	15.98
275	728	12.58
276	732	12.61
301	748	
5	735	
6	740	
7	745	
8	729	
11	723	
12	723	
14	720	
15	715	
17	715	
100	783.25	

الجدول (8-1) الاستهلاك والمنسوب عند العقد

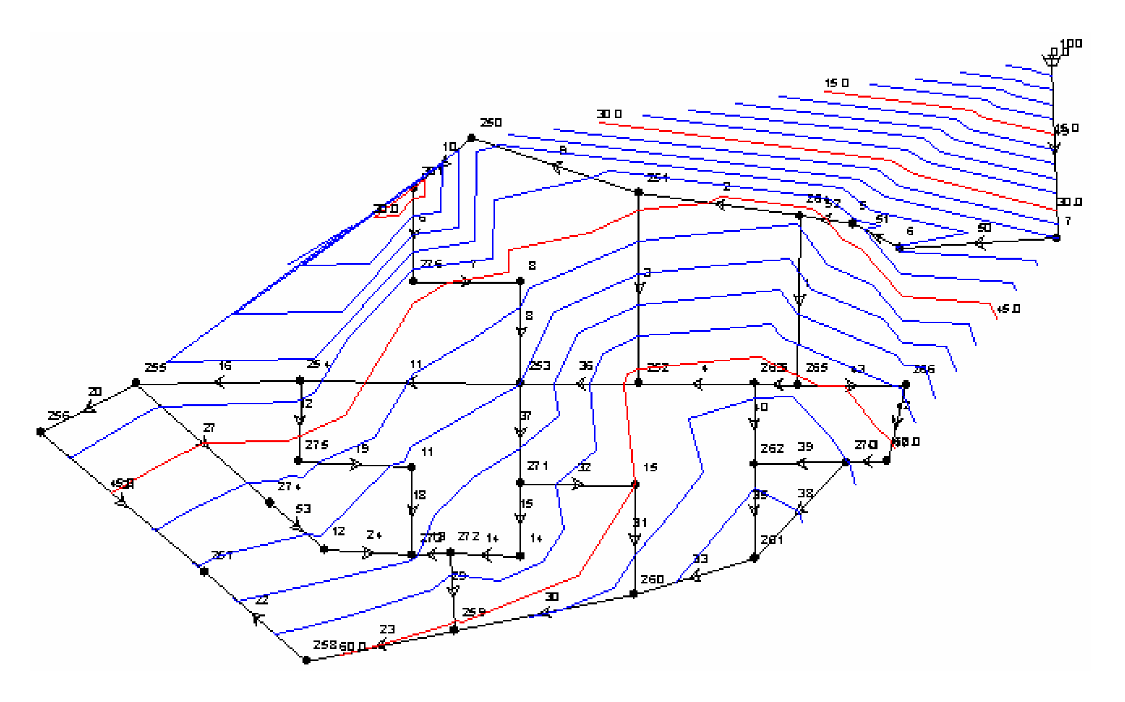
الأنبوب	الطول *m*	القطر *mm*	الخشونة
1	670	600	125
2	740	600	125
3	760	600	125
4	530	500	125
5	200	500	125
6	370	600	125
7	470	600	125
8	400	600	125
9	770	600	125
10	320	600	125
11	970	500	125
12	320	300	125
13	160	250	125
14	310	250	125
15	285	250	125
16	680	500	125
18	350	250	125
19	500	250	125
20	470	250	125
21	915	200	125
22	560	200	125
23	650	200	125
24	300	250	125
27	710	250	125
29	300	250	125
30	810	200	125
31	440	250	125
32	500	250	125
33	580	200	125
35	375	150	125
36	520	500	125
37	400	400	125
38	570	200	125
39	420	200	125
40	310	150	125
41	180	200	125
42	90	200	125
43	400	600	125
49	725	600	125
50	710	600	125
51	233	600	125
52	242	600	125
53	300	250	125

الجدول (8-2) الخشونة وأطوال الأنابيب مع الأقطار الموجودة على أرض الواقع

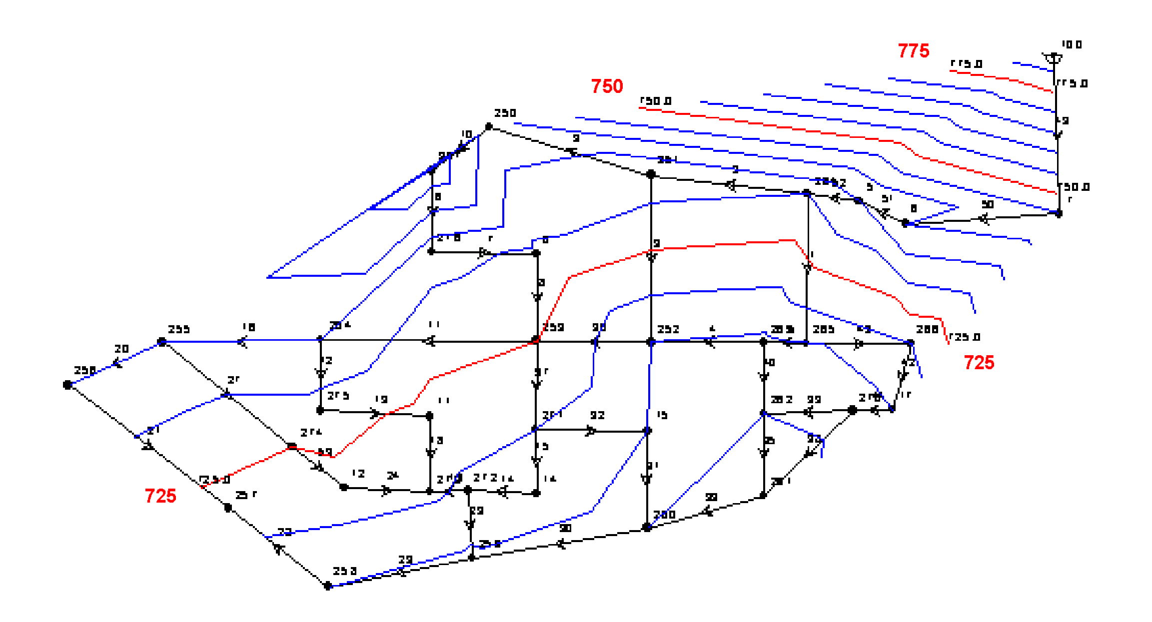
بناء على الخصائص الفيزيائية للشبكة الواردة في الجدول (8-2)، وباستخدام كلف الأنابيب التي تم الحصول عليها من المؤسسة العامة لمياه الشرب والصرف الصحي في مدينة دمشق يمكن تقدير كلفة الشبكة بـ 963,709 وحدة نقدية استناداً إلى الأسعار الحالية، علما أن هذه الكلفة ستعتمد كقيمة مرجعية للمقارنة مع كلف الشبكات الناجمة عن إعادة تصميم هذه الشبكة باستخدام طرائق الأمثلة مع تحقيق نفس الشروط الهيدروليكية المطلوبة من ضغط وغزارة. يوضح كل من الشكل (8-2) و الشكل (8-3) حل الشبكة وتحقق الضواغط في عقد الشبكة وفق المعطيات على أرض الواقع والواردة في الجدولين (8-1) و (8-2).



الشكل (8–2) الحل المنفذ لشبكة المزة



الشكل (8–3) مخطط خطوط تساوي الضغط في الشبكة وفقا للتصميم الحالي



الشكل (8-4) المخطط الطبوغرافي للشبكة

1.8 تصميم شبكة المزة بطريقة البرمجة الخطية:

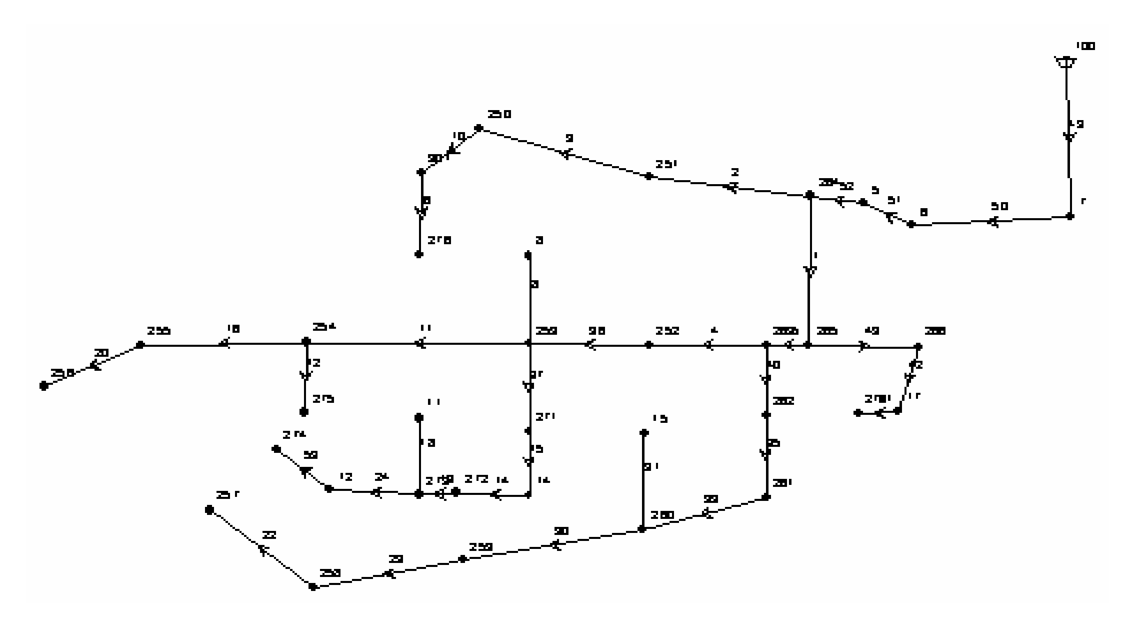
تم تحويل شبكة المزة الحلقية إلى شبكة شجرية باستخدام طريقة الممر الأقصر التي تم شرحها سابقا، وبعدها جرى حساب الغزارات، وكتابة تابع الهدف والقيود اعتمادا على هذه الغزارات وشروط الضغط والأطوال، كذلك قد حسبت الكلفة بالنسبة لأقطار الأنابيب المرشحة وفق ما هو موضح في الجدول (8-3):

القطر mm	80	100	125	150	200	250	300	400	500	600
السعر للمتر الطولي	8.24	9.56	9.95	12.49	16.96	22.03	28.73	43.05	64.79	81.73

الجدول (8-3)

1.1.8 استنتاج الشبكة الشجرية الناتجة عن تحويل الشبكة الحلقية بطريقة الممر الأقصر:

يبين الشكل (8-5) شبكة المزة الشجرية الناتجة عن طريقة التحويل باستخدام طريقة الممر الأقصر وفق المنهجية المشار إليها في الفقرة (4-2-2). كما يبين الجدول (8-4) الغزارات الجارية في أنابيب الشبكة الشجرية الناتجة في هذه الحالة والتي تعد أساساً لحساب ميل خط التدرج الهيدروليكي لكل قطر أنبوب مرشح للاستخدام في عملية التصميم.



الشكل (8–5) شبكة المزة بعد تحويلها إلى شبكة شجرية

رقم الخط	الغزارة l/s
1	317.45
2	43.76
4	173.16
5	242.16
6	12.61
8	0
9	19.6
10	12.61
11	50.98
12	12.58
13	35.37
14	44.99
15	44.99
16	23.57
18	0
20	8.74
22	7.08
23	12.08
24	15.98
30	20.25
31	0

رقم الخط	الغزارة l/s
33	37.37
35	48.04
36	149.58
37	67.09
40	57.38
41	13.82
42	13.82
43	57.52
49	377.57
50	377.57
51	377.57
52	377.57
53	15.98

الجدول (8-4) توزع الغزارات في أنابيب الشبكة الشجرية

2.1.8 تصميم الشبكة باستخدام البرمجة الخطية بفرض أن جميع عقد الشبكة تتغذى بالكامل عن طريق الشبكة الشجرية:

يبين الجدول (8-5) أقطار الأنابيب المرشحة للاستخدام لكل خط اتصال في خطوط الشبكة. وقد تم فتح مجال الخيارات لكل خط لتشمل أنابيب تتراوح بين (100*mm* و600) ولكن لسهولة عرض النتائج والمعادلات تم اختصار عدد الأقطار المرشحة في الجدول.

رقم الخط	متغير القرار	القطر
1	x1	600
	x2	500
	x3	400
2	x4	400
	x5	300
	x6	250
4	x7	600
	x8	500
	x9	400
5	x10	600
	x11	500
	x12	400

رقم الخط	متغير القرار	القطر
6	x13	200
	x14	150
	x15	100
8	x16	100
9	x17	400
	x18	300
	x19	250
10	x20	400
	x21	300
	x22	250
11	x23	300
	x24	250
	x25	200
12	x26	200
	x27	150
	x28	100
13	x29	300
	x30	250
	x31	200
14	x32	300
	x33	250
	x34	200
15	x35	300
	x36	250
	x37	200
16	x38	250
	x39	200
	x40	150
18	x41	100
20	x42	200
	x43	150
22	x44	150
	x45	100

رقم الخط	متغير القرار	القطر
23	x46	200
	x47	150
	x48	100
24	x49	200
	x50	150
	x51	100
30	x52	200
	x53	150
	x54	100
31	x55	100
33	x56	200
	x57	150
	x58	100
35	x59	200
	x60	150
	x61	100
36	x62	500
	x63	400
	x64	300
37	x65	300
	x66	250
	x67	200
40	x68	300
	x69	250
	x70	200
41	x71	200
	x72	150
	x73	100
42	x74	250
	x75	200
	x76	150
43	x77	300
	x78	250
	x79	200

رقم الخط	متغير القرار	القطر
49	x80	600
	x81	500
50	x82	600
	x83	500
51	x84	600
	x85	500
52	x86	600
	x87	500
53	x88	200
	x89	150
	x90	100

الجدول (8-5) الأقطار المرشحة للاستخدام لكل خط من خطوط الشبكة الشجرية

بناءً على ما سبق يمكن صياغة مسألة التصميم الأمثل لشبكة المزة باستخدام البرمجة الخطية على الشكل التالي:

تابع الهدف الناتج عن تطبيق الخيارات السابقة:

$$
\begin{aligned}
z = {} & \\
& 81.73X1 + 64.79X2 + 43.05X3 + 81.73X4 + 64.79X5 + \\
& 43.05X6 + 81.73X7 + 64.79X8 + 43.05X9 + 81.73X10 + \\
& 64.79X11 + 43.05X12 + 16.96X13 + 12.47X14 + 9.56X15 + \\
& 9.56X16 + 64.79X17 + 43.05X18 + 28.73X19 + 64.79X20 + \\
& 43.05X21 + 28.73X22 + 64.79X23 + 43.05X24 + 28.73X25 + \\
& 16.96X26 + 12.47X27 + 9.56X28 + 43.05X29 + 28.73X30 + \\
& 22.03X31 + 43.05X32 + 28.73X33 + 22.03X34 + 43.05X35 + \\
& 28.73X36 + 22.03X37 + 43.05X38 + 28.73X39 + 22.03X40 + \\
& 9.56X41 + 16.96X42 + 12.47X43 + 16.96X44 + 12.47X45 + \\
& 28.73X46 + 22.03X47 + 16.96X48 + 43.05X49 + 28.73X50 + \\
& 16.96X51 + 16.96X52 + 12.47X53 + 9.56X54 + 9.56X55 + \\
& 16.96X56 + 12.47X57 + 9.56X58 + 16.96X59 + 12.47X60 + \\
& 9.56X61 + 64.79X62 + 43.05X63 + 28.73X64 + 64.79X65 + \\
& 43.05X66 + 28.73X67 + 81.73X68 + 64.79X69 + 28.73X70 + \\
& 16.96X71 + 12.47X72 + 9.56X73 + 22.03X74 + 16.96X75 + \\
& 12.47X76 + 64.79X77 + 43.05X78 + 28.73X79 + 81.73X80 + \\
& 64.79X81 + 81.73X82 + 64.79X83 + 81.73X84 + 64.79X85 + \\
& 81.73X86 + 64.79X87 + 16.96X88 + 12,50X89 + 9.56X90
\end{aligned}
$$

القيود:

قيود الفواقد:

المسار من الخزان إلى العقدة (8):

$$0.00257X1 + 0.00639X2 + 0.01951X3 + 0.00076X7 + 0.0019X8 + 0.0058X9 + \\ 0.00149X10 + 0.00372X11 + 0.01135X12 + 0X16 + 0.00142X62 + 0.00433X63 + \\ 0.01825X64 + 0.00363X80 + 0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 \\ + 0.00363X84 + 0.00904X85 + 0.00363X86 + 0.00904X87 \le 24.3$$

المسار من الخزان إلى العقدة (11):

$$0.00257X1 + 0.00639X2 + 0.01951X3 + 0.00076X7 + 0.0019X8 \\ + 0.0058X9 + 0.00149X10 + 0.00372X11 + 0.01135X12 + 0.00102X29 \\ + 0.00254X30 + 0.00775X31 + 0.00039X32 + 0.00165X33 + 0.00411X34 \\ + 0.00039X35 + 0.00165X36 + 0.00411X37 + 0X41 0.00142X62 \\ + 0.00433X63 + 0.01825X64 + 0.00029X65 + 0.00087X66 + 0.00367X67 + \\ 0.00363X80 + 0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 + 0.00363X84 + \\ 0.00904X85 + 0.00363X86 + 0.00904X87 \le 30.3$$

المسار من الخزان إلى العقدة (274):

$$0.00257X1 + 0.00639X2 + 0.01951X3 + \\ 0.00076X7 + 0.0019X8 + 0.0058X9 + 0.00149X10 + 0.00372X11 + \\ 0.01135X12 + 0.00102X29 + 0.00254X30 + 0.00775X31 + \\ 0.00039X32 + 0.00165X33 + 0.00411X34 + 0.00039X35 + 0.00165X36 + \\ 0.00411X37 + 0.00005X49 + 0.00021X50 + 0.00158X51 + 0.00142X62 \\ + 0.00433X63 + 0.01825X64 + 0.00029X65 + 0.00087X66 + 0.00367X67 + \\ 0.00363X80 + 0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 + 0.00363X84 + \\ 0.00904X85 + 0.00363X86 + 0.00904X87 + 0.00158X88 + 0.00667X89 + \\ 0.05062X90 \le 28.3$$

المسار من الخزان إلى العقدة (275):

$$0.00257X1 + 0.00639X2 + 0.01951X3 + \\ 0.00076X7 + 0.0019X8 + 0.0058X9 + 0.00149X10 + 0.00372X11 + \\ 0.01135X12 + \\ 0.00016X23 + 0.0005X24 + 0.00212X25 + 0.00098X26 + 0.00413X27 + \\ 0.03137X28 + 0.00142X62 + 0.00433X63 + 0.01825X64 + \\ 0.00363X80 + 0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 + 0.00363X84 + \\ 0.00904X85 + 0.00363X86 + 0.00904X87 \le 25.3$$

المسار من الخزان إلى العقدة (256):

$0.00257X1 + 0.00639X2 + 0.01951X3 +$
$0.00076X7 + 0.0019X8 + 0.0058X9 + 0.00149X10 + 0.00372X11 +$
$0.01135X12 + 0.00016X23 + 0.0005X24 + 0.00212X25 +$
$0.00011X38 + 0.00045X39 + 0.00113X40 + 0.00047X42 + 0.00199X43 +$
$0.00142X62 + 0.00433X63 + 0.01825X64 +$
$0.00363X80 + 0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 + 0.00363X84 +$
$0.00904X85 + 0.00363X86 + 0.00904X87 \leq 18.3$

المسار من الخزان إلى العقدة (276):

$0.00005X4 + 0.00012X5 + 0.00037X6 +$
$0.00099X13 + 0.00415X14 + 0.03152X15 +$
$0.00002X17 + 0.00007X18 + 0.00031X19 + 0.00001X20 + 0.00003X21 +$
$0.00013X22 +$
$0.00363X80 + 0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 + 0.00363X84 +$
$0.00904X85 + 0.00363X86 + 0.00904X87 \leq 21.3$

المسار من الخزان إلى العقدة (270):

$0.00257X1 + 0.00639X2 + 0.01951X3 +$
$0.00118X71 + 0.00499X72 + 0.03786X73 + 0.00039X74 + 0.00118X75 +$
$0.00499X76 + 0.00021X77 + 0.00064X78 + 0.0027X79 + 0.00363X80 +$
$0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 + 0.00363X84 + 0.00904X85 +$
$0.00363X86 + 0.00904X87 \leq 41.3$

المسار من الخزان إلى العقدة (15):

$0.00257X1 + 0.00639X2 + 0.01951X3 +$
$0.00149X10 + 0.00372X11 + 0.01135X12 +$
$0X55 + 0.00865X56 + 0.03647X57 + 0.27685X58 +$
$0.0143X59 + 0.06025X60 + 0.4575X61 +$
$0.00008X68 + 0.00021X69 + 0.00269X70 +$
$0.00363X80 + 0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 + 0.00363X84 +$
$0.00904X85 + 0.00363X86 + 0.00904X87 \leq 38.3$

المسار من الخزان إلى العقدة (257):

$0.00257X1 + 0.00639X2 + 0.01951X3 + 0.00149X10 + 0.00372X11 + 0.01135X12 +$
$0.00031X44 + 0.00131X45 + 0.00012X46 + 0.0003X47 + 0.0009X48 +$
$0.00254X52 + 0.0107X53 + 0.08129X54 + 0.00865X56 + 0.03647X57 + 0.27685X58 +$
$0.0143X59 + 0.06025X60 + 0.4575X61 + 0.00008X68 + 0.00021X69 + 0.00269X70 +$
$0.00363X80 + 0.00904X81 + 0.00363X82 + 0.00904X83 + 0.00363X84 +$
$0.00904X85 + 0.00363X86 + 0.00904X87 \leq 30.3$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 670$$

$$X_4 + X_5 + X_6 = 740$$

$$X_7 + X_8 + X_9 = 530$$

$$X_{10} + X_{11} + X_{12} = 200$$

$$X_{13} + X_{14} + X_{15} = 370$$

$$X_{16} = 400$$

$$X_{17} + X_{18} + X_{19} = 770$$

$$X_{20} + X_{21} + X_{22} = 320$$

$$X_{23} + X_{24} + X_{25} = 970$$

$$X_{26} + X_{27} + X_{28} = 320$$

$$X_{29} + X_{30} + X_{31} = 160$$

$$X_{32} + X_{33} + X_{34} = 310$$

$$X_{35} + X_{36} + X_{37} = 285$$

$$X_{38} + X_{39} + X_{40} = 680$$

$$X_{41} = 350$$

$$X_{42} + X_{43} = 470$$

$$X_{44} + X_{45} = 560$$

$$X_{46} + X_{47} + X_{48} = 650$$

$$X_{49} + X_{50} + X_{51} = 300$$

$$X_{52} + X_{53} + X_{54} = 810$$

$$X_{55} = 440$$

$$X_{56} + X_{57} + X_{58} = 580$$

$$X_{59} + X_{60} + X_{61} = 375$$

$$X_{62} + X_{63} + X_{64} = 520$$

$$X_{65} + X_{66} + X_{67} = 400$$

$$X_{68} + X_{69} + X_{70} = 310$$

$$X_{71} + X_{72} + X_{73} = 180$$

$$X_{74} + X_{75} + X_{76} = 90$$

$$X_{77} + X_{78} + X_{79} = 400$$

$$X_{80} + X_{81} = 725$$

$$X_{82} + X_{83} = 710$$

$$X_{84} + X_{85} = 233$$

$$X_{86} + X_{87} = 242$$

$$X_{88} + X_{89} + X_{90} = 300$$

الحل:

يبين الجدول (8-6) التصميم الأمثل للشبكة (ذو الكلفة الدنيا) الناتج باستخدام البرمجة الخطية والذي يحقق القيود المشار إليها. كما يبين الشكل (8-6) التصميم الناتج تخطيطيا. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطر وحيد للعديد من خطوط الاتصال في الشبكة. في حين جرى استخدام أنابيب ذات قطرين مختلفين لبعض خطوط الاتصال (4، 6، 12، 14، 30).

يلاحظ كذلك أن كلفة الشبكة الناتجة في هذه الحالة هي (470,125) وحدة نقدية وفي حال استخدام أنابيب بأقطار إنشائية (100) للأنابيب المزالة بغية الحفاظ على حلقية الشبكة، فإن هذه الكلفة سترتفع إلى (519,311) وحدة نقدية.

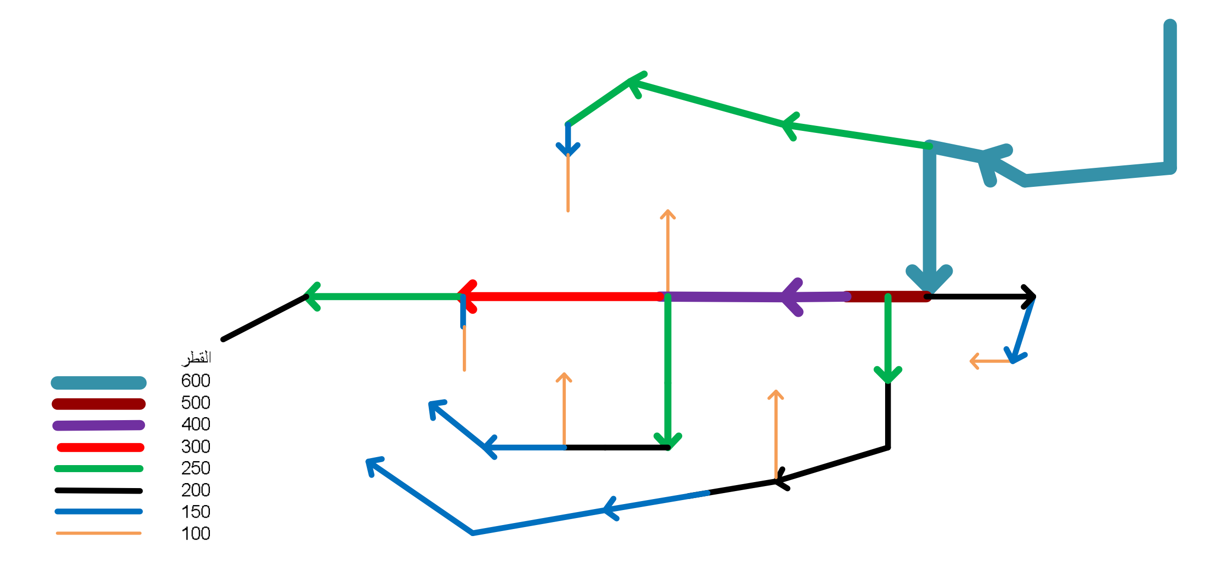
رقم الخط	متغير القرار	القطر	قيمته
1	x1	600	670
	x2	500	0
	x3	400	0
2	x4	400	0
	x5	300	0
	x6	250	740
4	x7	600	0
	x8	500	60.94277
	x9	400	469.0572

رقم الخط	متغير القرار	القطر	قيمته
5	x10	600	0
	x11	500	200
	x12	400	0
6	x13	200	0
	x14	150	34.17285
	x15	100	335.8271
8	x16	100	400
9	x17	400	0
	x18	300	0
	x19	250	770
10	x20	400	0
	x21	300	0
	x22	250	320
11	x23	300	970
	x24	250	0
	x25	200	0
12	x26	200	0
	x27	150	49.33569
	x28	100	270.6643
13	x29	300	0
	x30	250	0
	x31	200	160
14	x32	300	0
	x33	250	308.8354
	x34	200	1.164547
15	x35	300	0
	x36	250	0
	x37	200	285
16	x38	250	680
	x39	200	0
	x40	150	0
18	x41	100	350
20	x42	200	470
	x43	150	0

رقم الخط	متغير القرار	القطر	قيمته
22	x44	150	560
	x45	100	0
23	x46	200	0
	x47	150	650
	x48	100	0
24	x49	200	0
	x50	150	300
	x51	100	0
30	x52	200	427.23
	x53	150	382.77
	x54	100	0
31	x55	100	440
33	x56	200	580
	x57	150	0
	x58	100	0
35	x59	200	375
	x60	150	0
	x61	100	0
36	x62	500	0
	x63	400	520
	x64	300	0
37	x65	300	0
	x66	250	400
	x67	200	0
40	x68	300	0
	x69	250	310
	x70	200	0
41	x71	200	0
	x72	150	0
	x73	100	180
42	x74	250	0
	x75	200	0
	x76	150	90

رقم الخط	متغير القرار	القطر	قيمته
43	x77	300	0
	x78	250	0
	x79	200	400
49	x80	600	725
	x81	500	0
50	x82	600	710
	x83	500	0
51	x84	600	233
	x85	500	0
52	x86	600	242
	x87	500	0
53	x88	200	0
	x89	150	300
	x90	100	0

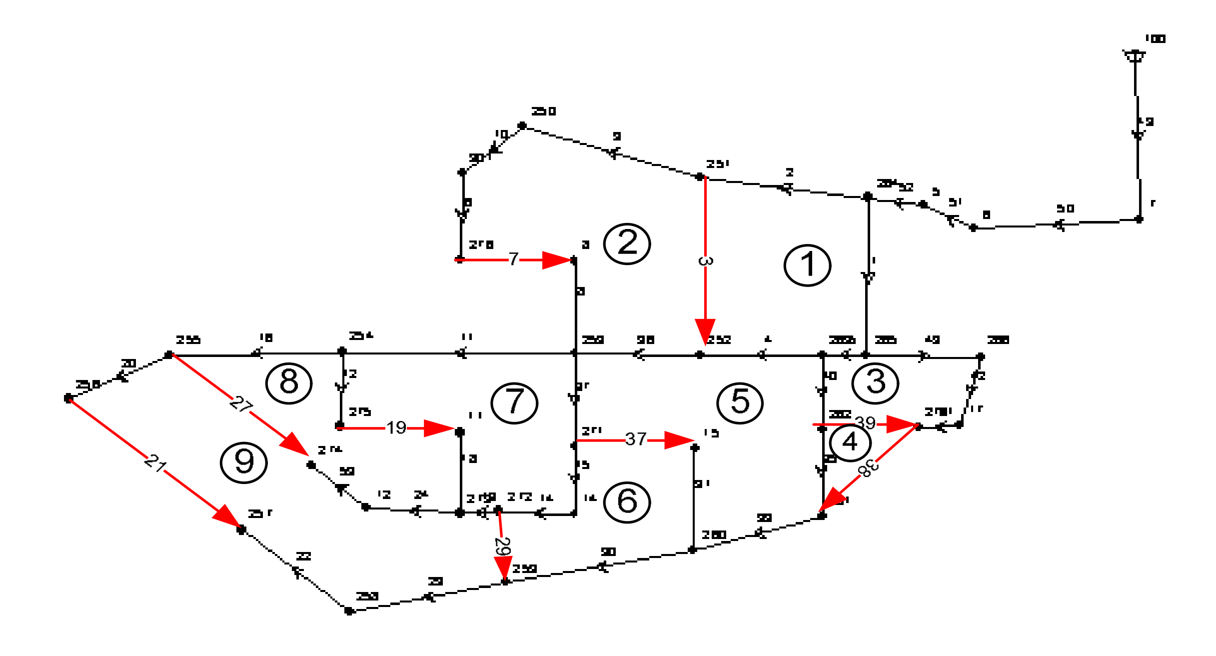
الجدول (8–6) أطوال الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا



الشكل (8–6) تصميم شبكة المزة في حالة شبكة شجرية

3.1.8 تصميم شبكة المزة بفرض أن عقد الشبكة التي جرى القطع عندها تتغذى بنسبة 50٪ من الشبكة الشجرية و٪ 50 من الأنابيب الثانوية

في الحل السابق تم حذف الخطوط (3 ،7 ، 19،21 ، 27 ، 29 ، 32 ، 38 ، 39). في هذا الحل سيتم إعادة هذه الخطوط ويتم فرض أن العقد (252،253،257،259،260، 261،270، 273،274،) تتغذى بنسبة النصف من الشبكة الشجرية الناتجة (الرئيسية) ونسبة النصف من الأنابيب الثانوية (3 ،7 ، 19،21 ، 27 ، 29 ، 32 ، 38 ، 39). كما هو موضح في الشكل (8-7).



الشكل (8–7) الشبكة الحلقية الناتجة بعد إعادة الأنابيب المحذوفة للشبكة الشجرية

تكون الغزارة الجارية في أنابيب الشبكة والتي ستقوم عملية التصميم عليها كما هو موضح في الجدول (8-7).

رقم الأنبوب	الغزارة l/s
1	230.87
2	130.34
3	11.79
4	105.265
5	162.49
6	87.4
7	74.79
8	74.79
9	94.39

رقم الأنبوب	الغزارة l/s
10	87.4
11	68.665
12	22.275
13	21.225
14	37.43
15	37.43
16	31.56
18	9.695
19	9.695
20	12.28
21	3.54
22	3.54
23	8.54
24	11.53
27	4.45
29	6.585
30	10.125
31	8.56
32	8.56
33	18.685
35	5.335
36	93.475
37	68.09
38	24.02
39	30.93
40	45.605
41	6.91
42	6.91
43	50.61
49	377.57
50	377.57
51	377.57
52	377.57
53	11.53

الجدول (8-7) توزع الغزارة في أنابيب الشبكة الحلقية

من الواضح أنه في هذه الحالة يجب أن تتضمن عملية الأمثلة قيود إضافية في حلقات الشبكة التسعة تنص على أن المجموع الجبري للفواقد على مدار أي حلقة يجب أن تساوي الصفر.

في هذه الحالة يمكن صياغة مسألة الأمثلة على الشكل التالي:

تابع الهدف:

$$Z = 64.79X1 + 43.05X2 + 43.05X3 + 28.73X4 + 22.03X5 + 16.96X6 +$$
$$28.73X7 + 22.03X8 + 64.79X9 + 43.05X10 + 43.05X11 + 28.73X12 +$$
$$43.05X13 + 28.73X14 + 43.05X15 + 28.73X16 + 43.05X17 + 28.73X18 +$$
$$43.05X19 + 28.73X20 + 43.05X21 + 28.73X22 + 16.96X23 + 12.47X24 +$$
$$28.73X25 + 16.96X26 + 28.73X27 + 22.03X28 + 43.05X29 + 28.73X30 +$$
$$28.73X31 + 22.03X32 + 22.03X33 + 16.96X34 + 16.96X35 + 12.47X36 +$$
$$16.96X37 + 12.47X38 + 12.47X39 + 9.56X40 + 12.47X41 + 9.56X42 +$$
$$16.96X43 + 12.47X44 + 28.73X45 + 16.96X46 + 12.47X47 + 9.56X48 +$$
$$16.96X49 + 12.47X50 + 16.96X51 + 12.47X52 + 16.96X53 + 12.47X54 +$$
$$16.96X55 + 12.47X56 + 16.96X57 + 12.47X58 + 12.47X59 + 9.56X60 +$$
$$43.05X61 + 28.73X62 + 28.73X63 + 22.03X64 + 22.03X65 + 16.96X66 +$$
$$28.73X67 + 22.03X68 + 43.05X69 + 28.73X70 + 12.47X71 + 9.56X72 +$$
$$12.47X73 + 9.56X74 + 28.73X75 + 22.03X76 + 81.73X77 + 64.79X78 +$$
$$81.73X79 + 64.79X80 + 81.73X81 + 64.79X82 + 81.73X83 + 64.79X84 +$$
$$16.96X85 + 12.47X86$$

القيود:

قيود الفواقد:

المسار من الخزان إلى العقدة (257):

$$0.00338X1 + 0.0103X2 +$$
$$0.00904X7 + 0.00904X8 + 0.001X9 + 0.00311X10 +$$
$$0.00091X21 + 0.00385X22 + 0.00081X31 + 0.002X32 +$$
$$0.00093X37 + 0.00394X38 + 0.00033X39 + 0.00248X40 +$$
$$0.00169X61 + 0.00713X62 +$$
$$0.00363X77 + 0.00904X78 + 0.00363X79 + 0.00904X80 + 0.00363X81 +$$
$$0.00904X82 + 0.00363X83 + 0.00904X84 \le 30.253$$

المسار من الخزان إلى العقدة (276):

$$0.00329X3 + 0.0138X4 + 0.00148X11 + 0.006X12 +$$
$$0.00172X17 + 0.0072X18 + 0.00148X19 + 0.0062X20 +$$
$$0.00363X77 + 0.00904X78 + 0.00363X79 + 0.00904X80 + 0.00363X81 +$$
$$0.00904X82 + 0.00363X83 + 0.00904X84 \leq 21.25$$

المسار من الخزان إلى العقدة (270):

$$0.00338X1 + 0.0103X2 +$$
$$0.00125X71 + 0.00947X72 + 0.00125X73 + 0.00947X74 + 0.00209X75 +$$
$$0.0052X76 + 0.00363X77 + 0.00904X78 + 0.00363X79 + 0.00904X80 +$$
$$0.00363X81 + 0.00904X82 + 0.00363X83 + 0.00904X84 \leq 41.25$$

قيود الحلقات:

الحلقة الأولى:

$$-0.00338X1 - 0.0103X2 + 0.00329X3 + 0.0138X4 + 0.0224X5 +$$
$$0.00086X6 - 0.00904X7 - 0.00904X8 - 0.001X9 - 0.00311X10 = 0$$

الحلقة الثانية:

$$-0.0224X5 - 0.00086X6 +$$
$$0.00148X11 + 0.006X12 + 0.00108X13 + 0.00108X14 + 0.00108X15 +$$
$$0.0045X16 + 0.00172X17 + 0.0072X18 + 0.00148X19 + 0.0062X20 +$$
$$-0.00169X61 - 0.00713X62 = 0$$

الحلقة الثالثة:

$$0.001X9 + 0.00311X10 +$$
$$0.00078X67 + 0.00194X68 + 0.0004X69 + 0.0017X70 - 0.00125X71$$
$$-0.00947X72 - 0.00125X73 - 0.00947X74 - 0.00209X75 - 0.0052X76 = 0$$

الحلقة الرابعة:

$$0.00074X59 + 0.00564X60$$
$$-0.00117X65 - 0.00357X66 - 0.00078X67 - 0.00194X68 = 0$$

الحلقة الخامسة:

$$0.00904X7 + 0.00904X8 +$$
$$0.00045X53 + 0.00191X54 + 0.00045X55 + 0.00191X56 - 0.00216X57$$
$$-0.00911X58 - 0.00074X59 - 0.00564X60 + 0.00169X61 + 0.00713X62 +$$
$$0.00378X63 + 0.00941X64 - 0.0004X69 - 0.0017X70 = 0$$

الحلقة السادسة:

$$0.00114X27 + 0.00284X28 + 0.00027X29 + 0.00114X30 +$$
$$0.00027X49 + 0.001X50 - 0.00064X51 - 0.00268X52 - 0.00045X53$$
$$- 0.00191X54 - 0.00045X55 - 0.00191X56 = 0$$

الحلقة السابعة:

$$0.00091X21 + 0.00385X22 + 0.00307X23 + 0.01295X24 - 0.00037X25$$
$$- 0.00279X26 - 0.00114X27 - 0.00284X28 - 0.00027X29 - 0.00114X30 +$$
$$0.0002X33 + 0.00058X34 + 0.00058X35 + 0.00245X36$$
$$- 0.00378X63 - 0.00941X64 = 0$$

الحلقة الثامنة:

$$- 0.00307X23 - 0.01295X24 +$$
$$0.00081X31 + 0.002X32 - 0.0002X33 - 0.00058X34 - 0.00058X35$$
$$- 0.00245X36 - 0.00011X45 - 0.00082X46 + 0.0005X47 + 0.00393X48$$
$$- 0.00082X85 - 0.00347X86 = 0$$

الحلقة التاسعة:

$$0.00093X37 + 0.00394X38 + 0.00033X39 + 0.00248X40 - 0.00033X41$$
$$- 0.00248X42 - 0.00045X43 - 0.0019X44 + 0.00011X45 + 0.00082X46$$
$$- 0.0005X47 - 0.00393X48 - 0.00027X49 - 0.001X50 +$$
$$0.00082X85 + 0.00347X86 = 0$$

قيود أطوال الأنابيب:

$$X1 + X2 = 670$$
$$X3 + X4 = 740$$
$$X5 + X6 = 760$$
$$X7 + X8 = 530$$
$$X9 + X10 = 200$$
$$X11 + X12 = 370$$
$$X13 + X14 = 470$$
$$X15 + X16 = 400$$
$$X17 + X18 = 770$$
$$X19 + X20 = 320$$

$X21 + X22 = 970$

$X23 + X24 = 320$

$X25 + X26 = 160$

$X27 + X28 = 310$

$X29 + X30 = 285$

$X31 + X32 = 680$

$X33 + X34 = 350$

$X35 + X36 = 500$

$X37 + X38 = 470$

$X39 + X40 = 915$

$X41 + X42 = 560$

$X43 + X44 = 650$

$X45 + X46 = 300$

$X47 + X48 = 710$

$X49 + X50 = 300$

$X51 + X52 = 810$

$X53 + X54 = 440$

$X55 + X56 = 500$

$X57 + X58 = 580$

$X59 + X60 = 375$

$X61 + X62 = 520$

$X63 + X64 = 400$

$X65 + X66 = 570$

$X67 + X68 = 420$

$X69 + X70 = 310$

$X71 + X72 = 180$

$X73 + X74 = 90$

$X75 + X76 = 400$

$$X77 + X78 = 725$$

$$X79 + X80 = 710$$

$$X81 + X82 = 233$$

$$X83 + X84 = 242$$

$$X85 + X86 = 300$$

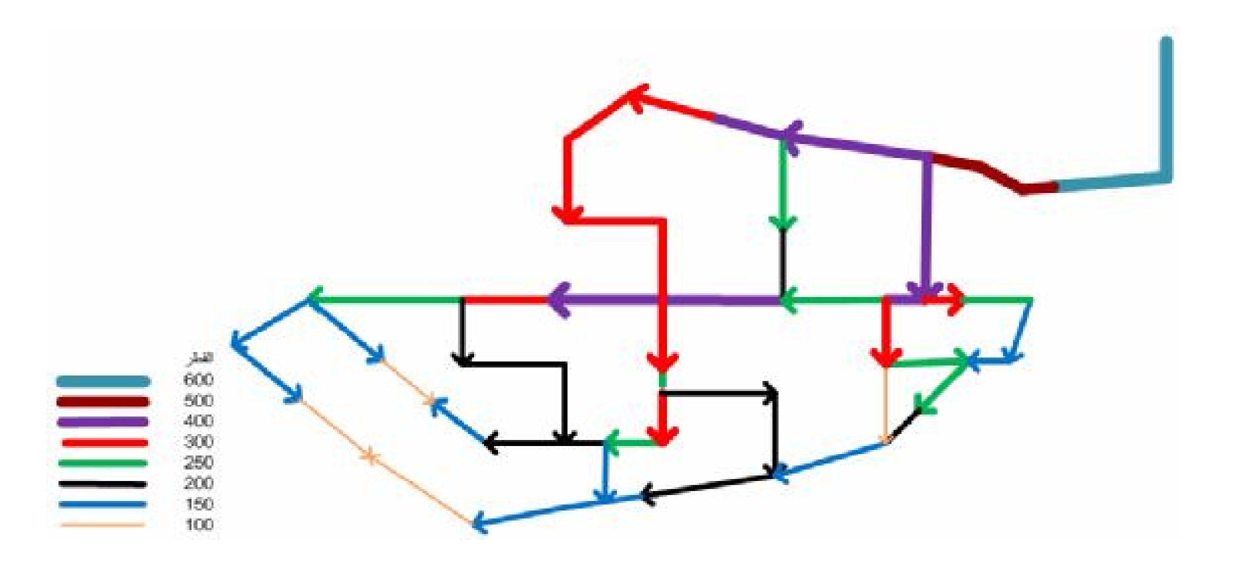
يبين الجدول (8-8) التصميم الأمثل للشبكة (ذو الكلفة الدنيا) الناتج باستخدام البرمجة الخطية والذي يحقق القيود المشار إليها. كما يبين الشكل (8-8) التصميم الناتج تخطيطياً. يلاحظ من الجدول والمخطط أنه جرى اختيار أنابيب ذات قطرين مختلفين للعديد من خطوط الاتصال (3، 9، 11، 21، 27، 30، 37، 38، 43، 49).

رقم الخط	متغير القرار	القطر	قيمته
1	X1	500	0
	X2	400	670
2	X3	400	740
	X4	300	0
3	X5	250	428.333
	X6	200	331.667
4	X7	300	0
	X8	250	530
5	X9	500	0
	X10	400	200
6	X11	400	0
	X12	300	370
7	X13	400	0
	X14	300	470
8	X15	400	0
	X16	300	400
9	X17	400	236.9024
	X18	300	533.0976
10	X19	400	0
	X20	300	320
11	X21	400	598.4768
	X22	300	371.5231

رقم الخط	متغير القرار	القطر	قيمته
12	X23	200	320
	X24	150	0
13	X25	300	0
	X26	200	160
14	X27	300	0
	X28	250	310
15	X29	400	0
	X30	300	258
16	X31	300	0
	X32	250	680
18	X33	250	0
	X34	200	350
19	X35	200	500
	X36	150	0
20	X37	200	0
	X38	150	470
21	X39	150	498.834
	X40	100	416.166
22	X41	150	0
	X42	100	560
23	X43	200	0
	X44	150	650
24	X45	300	0
	X46	200	300
27	X47	150	402.9671
	X48	100	307.0329
29	X49	200	0
	X50	150	300
30	X51	200	547.6928
	X52	150	262.3072
31	X53	200	440
	X54	150	0

رقم الخط	متغير القرار	القطر	قيمته
32	X55	200	500
	X56	150	0
33	X57	200	0
	X58	150	580
35	X59	150	0
	X60	100	375
36	X61	400	520
	X62	300	0
37	X63	300	343.5262
	X64	250	56.47379
38	X65	250	306.7327
	X66	200	263.2673
39	X67	300	0
	X68	250	420
40	X69	400	0
	X70	300	310
41	X71	150	180
	X72	100	0
42	X73	150	90
	X74	100	0
43	X75	300	145.5774
	X76	250	254.4226
49	X77	600	92.05738
	X78	500	632.9426
50	X79	600	710
	X80	500	0
51	X81	600	233
	X82	500	0
52	X83	600	242
	X84	500	0
53	X85	200	0
	X86	150	300

الجدول (8-8) أطوال أقطار الأنابيب الموافقة للكلفة الدنيا



الشكل (8-8) تصميم شبكة المزة (حالة شبكة حلقية تتغذى فيها العقد التي جرى القطع عندها بنسبة النصف من الأنابيب الرئيسية، والنصف من الأنابيب الثانوية)

يلاحظ أن كلفة الشبكة الناتجة في هذه الحالة تساوي إلى 565384 وحدة نقدية، وهي كما هو متوقع أعلى من كلفة الشبكة الشجرية الناتجة في الحالة السابقة كون الشبكة الشجرية تؤمن تغذية جميع عقد الشبكة بأقل عدد ممكن من الأنابيب.

2.8 حل شبكة المزة بطريقة الخوارزميات الجينية:

بغية تصميم شبكة المزة بطريقة الخوارزميات الجينية، وفق الخطوات التي تم توضيحها سابقا في الفصل السادس، تم تحديد المعطيات الأولية اللازمة، وتم استخدام مشغل خوارزميات جينية (optidesigener) الذي يعتمد على استخدام برنامج Epanet كأداة لمحاكاة عمل الشبكة.

تم اختيار مجال الأقطار المرشحة للاستخدام لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة من الأقطار التالية وهي: (*mm* 100، 150، 200 ، 250، 300، 400، 500، 600)

بعد ذلك أدخلت قيود الضغط التي تنص على ألا يقل الضغط عن 30 في أي عقدة من عقد الشبكة وهي نفس شروط الضغط المطلوبة في حالة التصميم باستخدام البرمجة الخطية وذلك لتسهيل عملية المقارنة بين التصميمين الناتجين والكلفة الناتجة. كذلك فقد اعتمدت كلفة جزاء على تجاوز قيود الضغط عند أي عقدة قيمتها 50000 وحدة نقدية وهي تحدد تجريبيا.

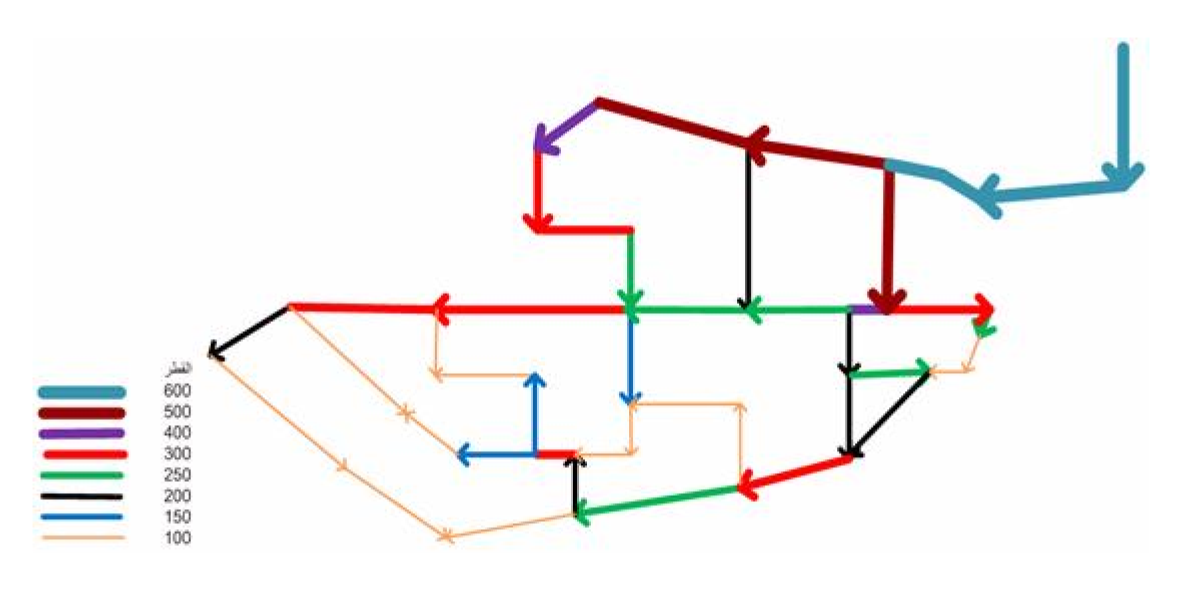
يبين الجدول(8-9) تصميم الشبكة الناتج في هذه الحالة. كما يبين الشكل(8-9) التصميم الناتج تخطيطياً. وقد بلغت كلفة الشبكة الناتجة في هذه الحالة بـ 600,627

يلاحظ من الجدول والمخطط أنه تم اختيار أنبوب ذو قطر وحيد لكل خط من خطوط الاتصال في الشبكة، وهذه من الخصائص الأساسية لطريقة الخوارزميات الجينية. كما يلاحظ أن هناك اختلافات طفيفة بين التصميم الناتج في هذه الحالة وتصميم الشبكة الحلقية الناتج من الفقرة السابقة (تغذية 50% من الأنابيب الرئيسية، و50% من الأنابيب الثانوية). فعلى سبيل المثال في الحل بطريقة الخوارزميات الجينية تم اختيار أنبوب بقطر 600 للأنبوب الخارج من الخزان (49) وللأنابيب اللاحقة له (50، 51، 52). أما في حالة الحل بطريقة البرمجة الخطية فقد تم اختيار القطر 600 لجميع الأنابيب السابقة إضافة لأنبوب بقطر 500 و بطول 633 متر. بالنظر كذلك فقد بلغ عدد الأنابيب التي اختير لها نفس القطر بالطريقتين 8 أنبوبا (5،7،6، 22، 39، 50، 51، 52). يلاحظ كذلك وجود بعض الأنابيب التي اختير لها أنبوبين بقطرين مختلفين في طريقة البرمجة الخطية (3،9، 11، 21، 27، 30، 37، 38،43، 49) بينما اختير لها قطر واحد بطريقة الخوارزميات الجينية. وهذا تابع لخصائص هاتين الطريقتين التي تسمح باختيار أنبوبين في حالة البرمجة الخطية بينما لاتسمح إلا بأنبوب ذو قطر وحيد في حالة الخوارزميات الجينية.

رقم الخط	طول الأنبوب	قطر الأنبوب
1	670	500
2	740	500
3	760	200
4	530	250
5	200	400
6	370	300
7	470	300
8	400	250
9	770	500
10	320	400
11	970	300
12	320	100
13	160	300
14	310	100

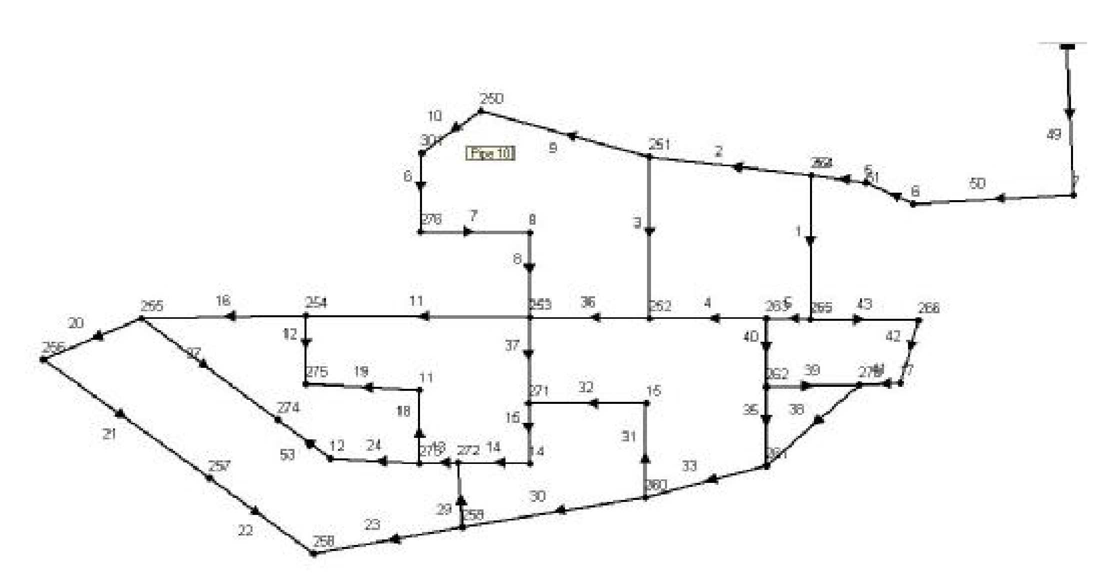
قطر الأنبوب	طول الأنبوب	رقم الخط
100	285	15
300	680	16
150	350	18
100	500	19
200	470	20
100	915	21
100	560	22
100	650	23
150	300	24
100	710	27
200	300	29
250	810	30
100	440	31
100	500	32
300	580	33
200	375	35
250	520	36
150	400	37
200	570	38
250	420	39
200	310	40
250	180	41
100	90	42
300	400	43
600	725	49
600	710	50
600	233	51
600	242	52
100	300	53

الجدول (8–9) الأقطار الموافقة للكلفة الدنيا



الشكل (8–9) تصميم شبكة المزة الناتج عن طريقة الخوارزميات الجينية

يبين الشكل (8-10) توزع الغزارات في الشبكة باستخدام الأقطار الناتجة عن عملية التصميم بطريقة الخوارزميات الجينية.



الشكل (8–10) توزع الغزارات في الشبكة باستخدام الأقطار الناتجة عن عملية التصميم بطريقة الخوارزميات الجينية

الفصل التاسع
الخلاصة والاستنتاجات

يستنتج من الفصول السابقة أنه على الرغم من أن طرائق الأمثلة لم تستخدم بشكل واسع في تصميم شبكات الأنابيب في العالم، وبشكل خاص في المنطقة العربية، فإنها يمكن في الكثير من الحالات أن تؤدي للحصول على تصاميم اقتصادية ذات كلف أقل من التصاميم الناتجة باتباع النهج التقليدي الشائع الاستخدام الذي يعتمد على طرائق التحليل الهيدروليكي.

تعدَّ طريقة البرمجة الخطية من بين طرائق الأمثلة الأكثر استخداماً في تصميم شبكات الأنابيب، غير أنها تتطلب أن يكون تابع الهدف خطيا وأن تكون القيود خطية. وقد تم التغلب على هذه الصعوبة في هذه الدراسة عن طريق اعتبار أن متحولات القرار هي أطوال الأنابيب (من أقطار نظامية متوفرة في الأسواق) وليس أقطار الأنابيب.

كذلك تتطلب طريقة البرمجة الخطية معرفة مسبقة بالغزارات الجارية في أنابيب الشبكة قبل البدء بعملية الأمثلة وذلك لضرورة تحديد فاقد الطاقة لواحدة الطول من كل أنبوب من الأنابيب المرشحة للاستخدام في التصميم. وحيث أن توزيع الغزارات في شبكات الأنابيب الحلقية (على عكس الشبكات الشجرية) هو تابع لمواصفات هذه الأنابيب التي هي ناتج عملية التصميم، فقد تم تحديد الغزارات الجارية في أنابيب الشبكة الحلقية قيد التصميم عن طريق استنباط شبكة شجرية منها تربط جميع عقد الشبكة، ومن ثمَّ تحديد الغزارات الجارية في أنابيب الشبكة بفرض أن العقد تتغذى بالكامل عن طريق أنابيب الشبكة الشجرية، أو بنسب متفاوتة من الشبكة الشجرية ومن الأنابيب الثانوية التي تمت إزالتها عند استخراج الشبكة الشجرية.

وقد أثبتت هذه الطريقة نجاعتها في الحصول على تصاميم اقتصادية لشبكات متعددة وذلك مقارنة بطرق التصميم التقليدية المعتمدة على التحليل الهيدروليكي، أو طرائق الأمثلة الأخرى كالبرمجة الديناميكية والخوارزميات الجينية. غير أنه تبين أن كلف الشبكات الحلقية المصممة باستخدام البرمجة الخطية تعتمد بشكل ملحوظ على طريقة توزيع الغزارات في أنابيب الشبكة مابين الأنابيب الرئيسية والأنابيب الثانوية. وقد لوحظ أن هذا التباين في الكلف يصل في بعض الحالات إلى مايزيد عن 10%، الأمر الذي يستدعي التأني في عملية تحديد الغزارت.

ومن المميزات الأخرى لطريقة البرمجة الخطية قدرتها على التعامل مع طيف واسع من القيود الإضافية التي تواجه في شبكات الأنابيب إضافة للقيود الهيدروليكية الأساسية المتعلقة بأساسيات حساب

شبكات الأنابيب كتحقيق معادلات الاستمرار عند العقد، ومعادلات انحفاظ الطاقة في حلقات الشبكة. ومن بين هذه القيود الإضافية التي يمكن وضعها في الحسبان تلك التي تتعلق بالحدود القصوى (الصغرى والعظمى) للضغط في عقد الشبكة، ولسرعة الجريان في أنابيبها. وقد تم التعامل مع العديد من هذه القيود في الشبكات التي صممت خلال إعداد هذه الرسالة.

يلاحظ أن الكلفة الدنيا للشبكات المصممة بطريقة البرمجة الخطية تتحقق عندما يتم تغذية عقد الشبكة بالكامل عن طريق الشبكة الشجرية، وذلك لأن البنية الشجرية للشبكة تؤمن تغذية جميع العقد بأقل عدد من الأنابيب. إلا أن الشبكات ذات البنية الشجرية غير محبذة في أعمال توزيع مياه الشرب في المدن.

وقد لوحظ وجود تفاوت طفيف في كلف الشبكات الحلقية وذلك تبعا لنسب تغذية العقد التي جرى القطع عندها إلى من الأنابيب الرئيسية و من الأنابيب الثانوية. إلا أن الكلف الناتجة تزيد بشكل ملحوظ عن كلف الشبكة الشجرية.

كذلك لوحظ أن كلف الشبكات الناتجة عن طريقة الأمثلة باستخدام البرمجة الخطية تضاهي تلك الناتجة عن التصميم باستخدام البرمجة الديناميكية، وطريقة الخوارزميات الجينية مما يؤكد وثوقية هذه الطريقة في الحصول على تصاميم اقتصادية لشبكات الأنابيب،مع ملاحظة أنه في بعض الحالات أعطت طريقة الخوارزميات الجينية تصاميم ذات كلف أقل، مما يفسر اتساع استخدامها في الآونة الأخيرة.

وعلى الرغم من أنه تبين نتيجة هذه الدراسة أن تصميم شبكات الأنابيب باستخدام طرائق الأمثلة يؤدي للحصول على شبكات ذات كلفة أقل من النهج التقليلدي الذي يعتمد على التحليل الهيدروليكي، إلا أنه يمكن تلخيص أهم الأسباب التي تؤدي إلى ضعف استخدام هذه الطرائق في تصميم شبكات الأنابيب بعدم دراية العديد من المهندسين الممارسين بإمكانية تطبيق هذه الطرائق على عملية تصميم شبكات الأنابيب، وعدم إلمامهم الجيد بالخلفية النظرية لهذه الطرائق، وكذلك عدم توفر برمجيات شائعة الاستخدام تعتمد على هذه الطرائق كتلك المتوفرة في الأسواق والتي تعتمد على التحليل الهيدروليكي (كبرامج WATERCAD وEPANET وPIPE2000 على سبيل المثال). كذلك تعدّ صعوبة صياغة مسألة الأمثلة وتعقيدها وخاصة بالنسبة للشبكات الكبيرة التي تتضمن عدداً كبيراً من الأنابيب والملحقات من أهم أسباب العزوف عن استخدام هذه الطرائق. فعلى سبيل المثال، بالنسبة لشبكة المزة الواردة في الفصل السابع والتي تتضمن 43 أنبوباً فقط و34 عقدة تفرع و9 حلقات، فإنه في حال اعتبار ثمانية أنابيب من أقطار تجارية مرشحة للاستخدام في كل خط اتصال من خطوط الاتصال في

الشبكة، فإن تابع الهدف الناتج في هذه الحالة سيتضمن 344 حداً، وسيكون عدد القيود المتعلقة بأطوال الأنابيب مساويا لـ 43 قيد، وعدد القيود المتعلقة بالضغط الأدنى عند عقد التفرع في الشبكة (وهو تابع للمسار المختار بين الخزان وكل عقدة تفرع) مساوياً لـ 34 قيد، وعدد القيود المتعلقة بمعادلات انحفاظ الطاقة في حلقات الشبكة مساويا لـ 9 قيداً. أي أن المجموع الكلي للقيود في هذه الشبكة الصغيرة نسبياً سيكون بحدود 86 قيداً مما يعقد من صياغة هذه المسألة ومعالجتها. وفي حال إضافة قيود تتعلق بالسرعة العظمى الصغرى للجريان في الأنابيب فإن هذه العدد سيزداد أيضا بشكل كبير.